



Ondes élastiques & Acoustique

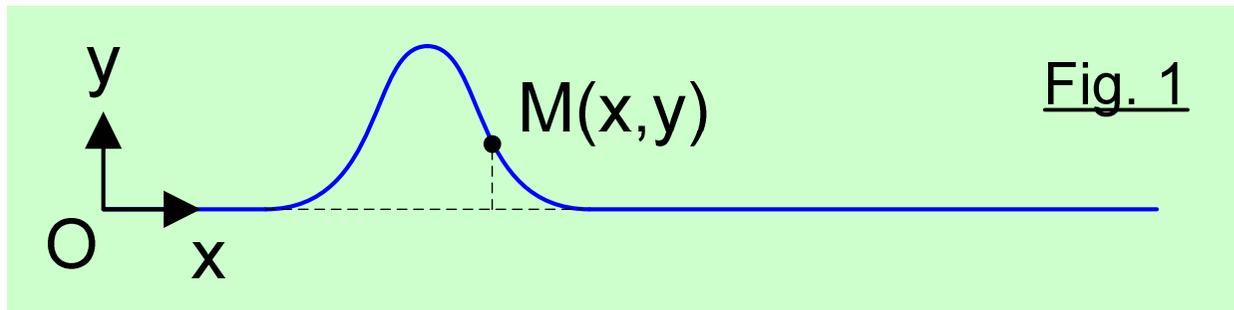
© Fabrice Sincère (version 2.0.1)

<http://pagesperso-orange.fr/fabrice.sincere>

Chapitre 1

Propagation d'une onde dans une corde

1-1- Onde progressive



Soit M un point de la corde :

x : position

y : amplitude de la déformation $y(x, t)$

- Equation de propagation :
$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$$

F : tension de la corde (en N)

μ : masse linéaire ou linéique (en kg/m)

- Célérité (en m/s) :

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

- Solution générale de l'équation de propagation :

$$y(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

f correspond à une onde progressant dans le sens positif des x.

g

“

“

négatif

1-2- Interférence de deux ondes progressives

- Principe de superposition

Les amplitudes s'additionnent algébriquement :

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

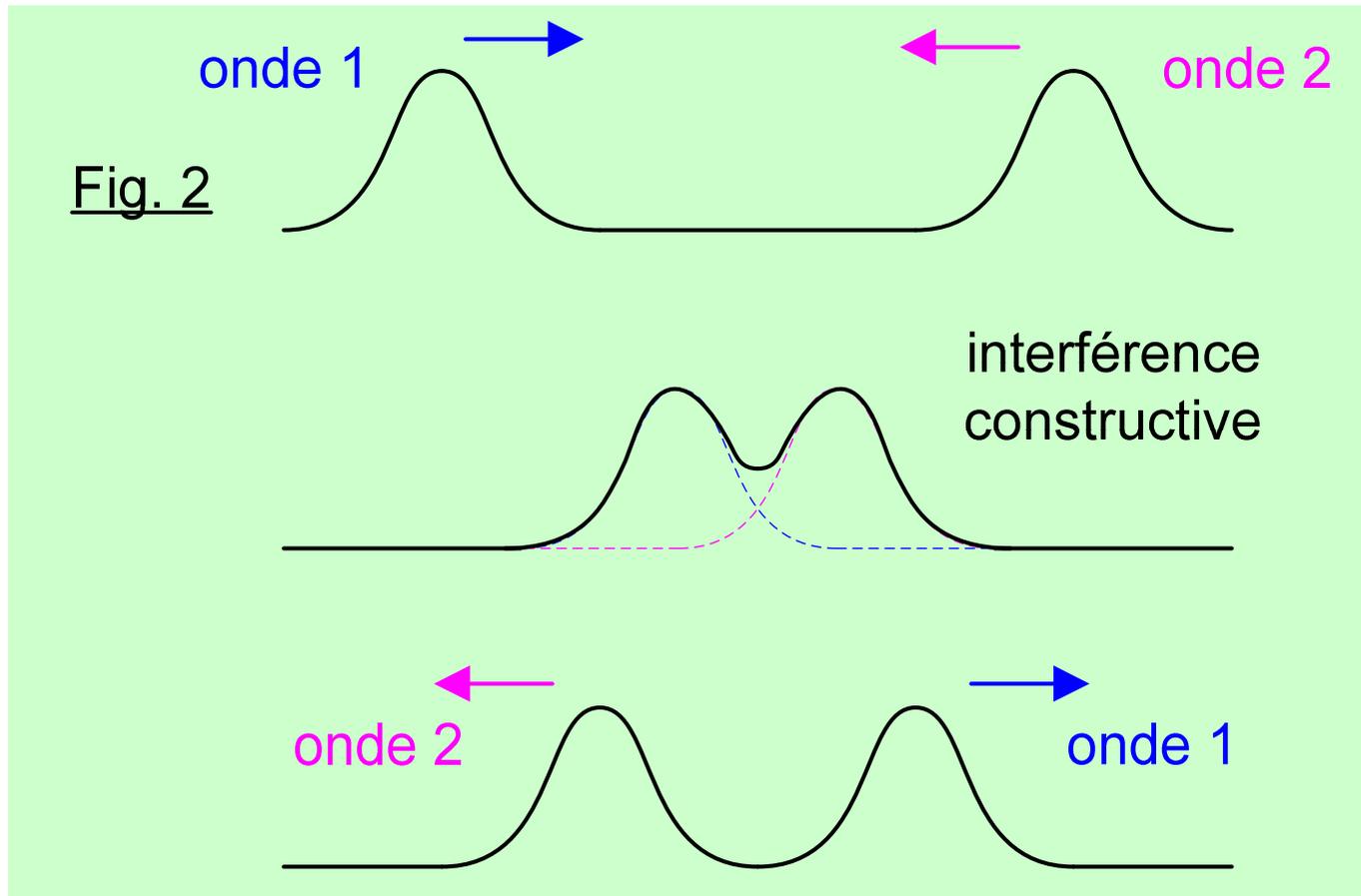
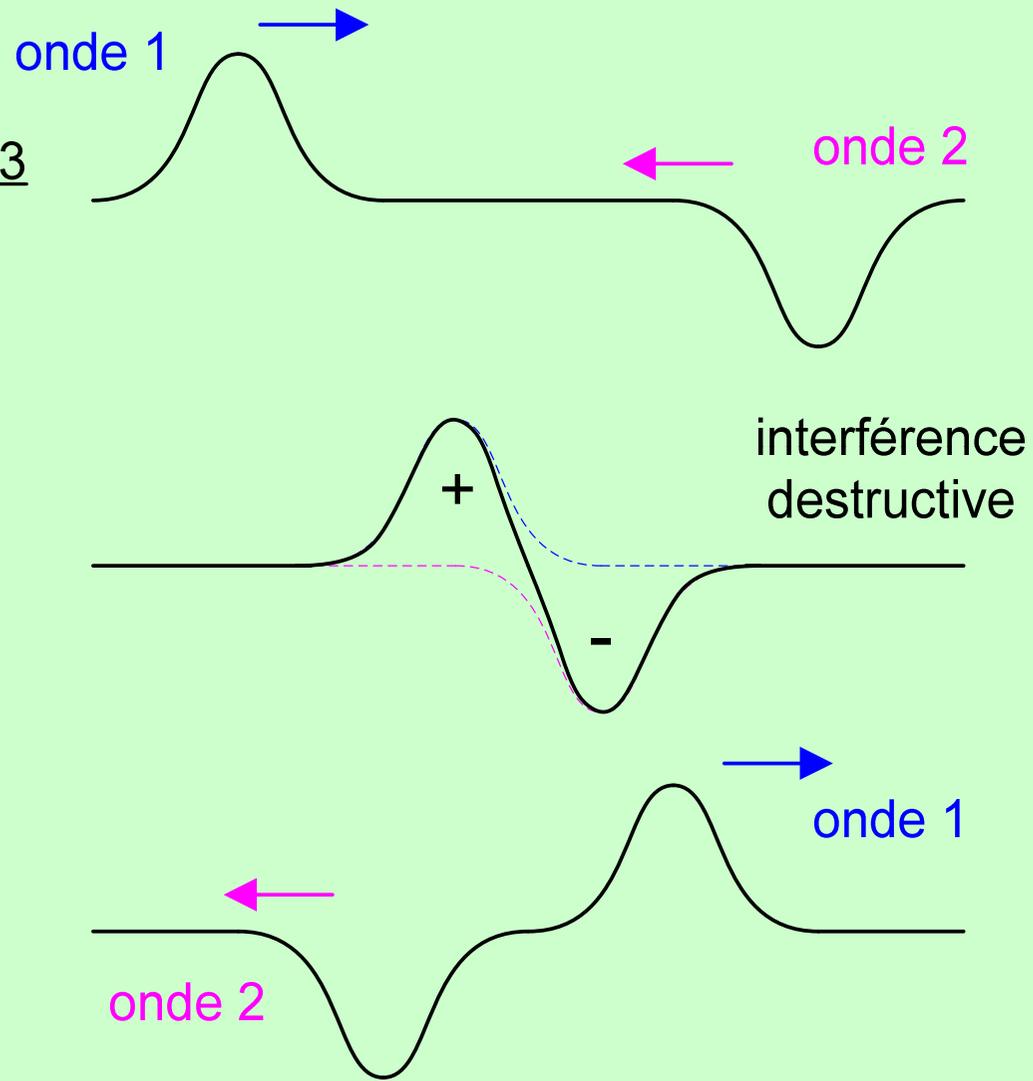


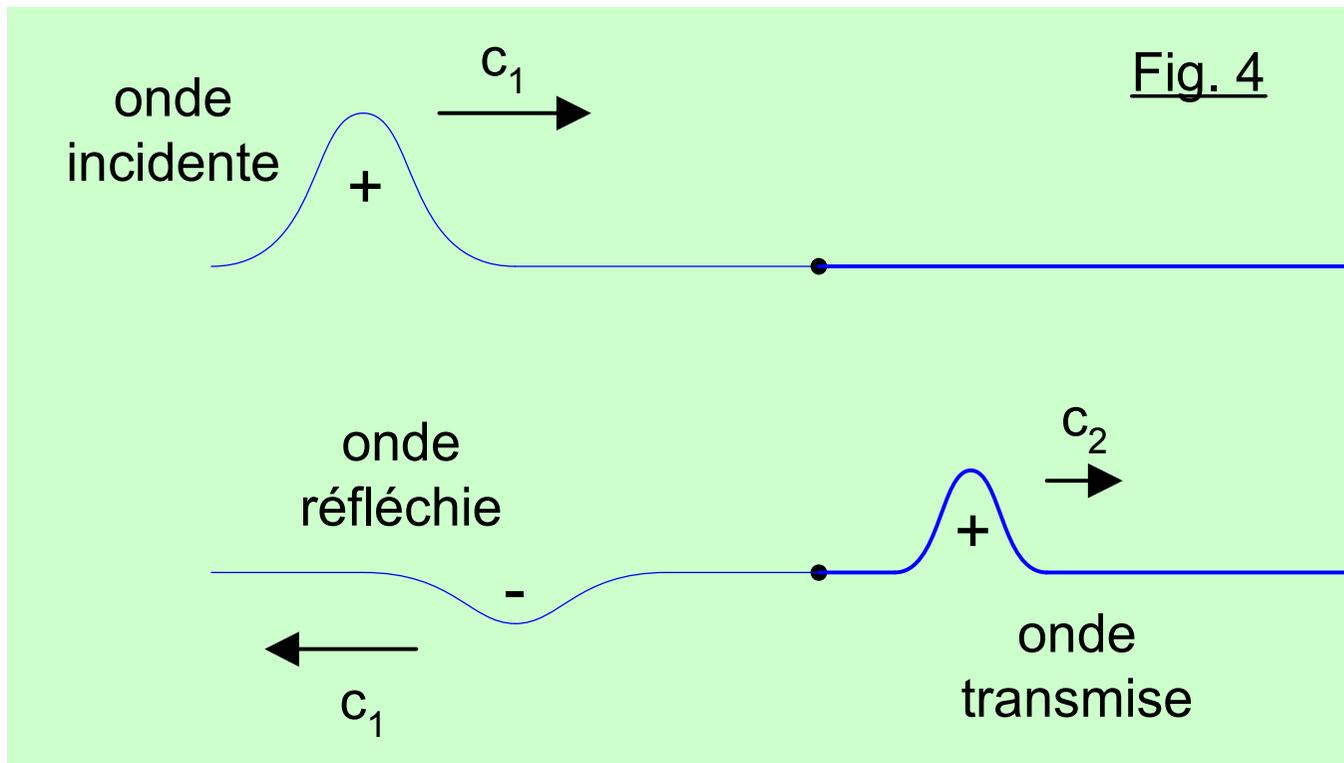
Fig. 3



1-3- Réflexion et transmission

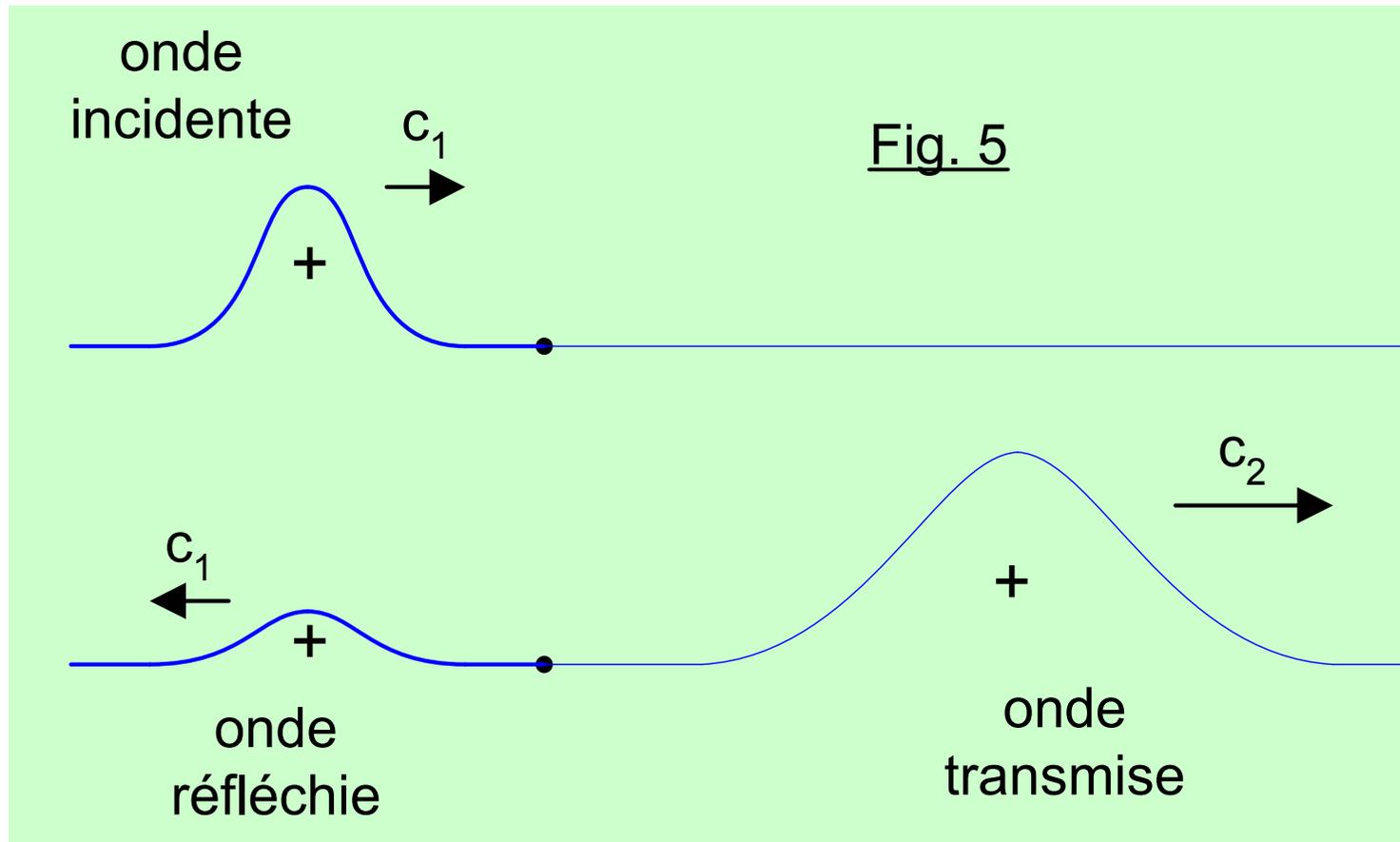
- définition de l'impédance mécanique : $Z = \mu c = F/c$

1^{er} cas : $Z_2 > Z_1$ $\mu_2 > \mu_1$ $c_2 < c_1$



Réflexion partielle avec changement de signe.

2^{ème} cas : $Z_2 < Z_1$ $\mu_2 < \mu_1$ $c_2 > c_1$



Réflexion partielle sans changement de signe.

- Relation entre amplitudes

A_i = amplitude de l'onde incidente

A_r = “ “ réfléchie

A_t = “ “ transmise

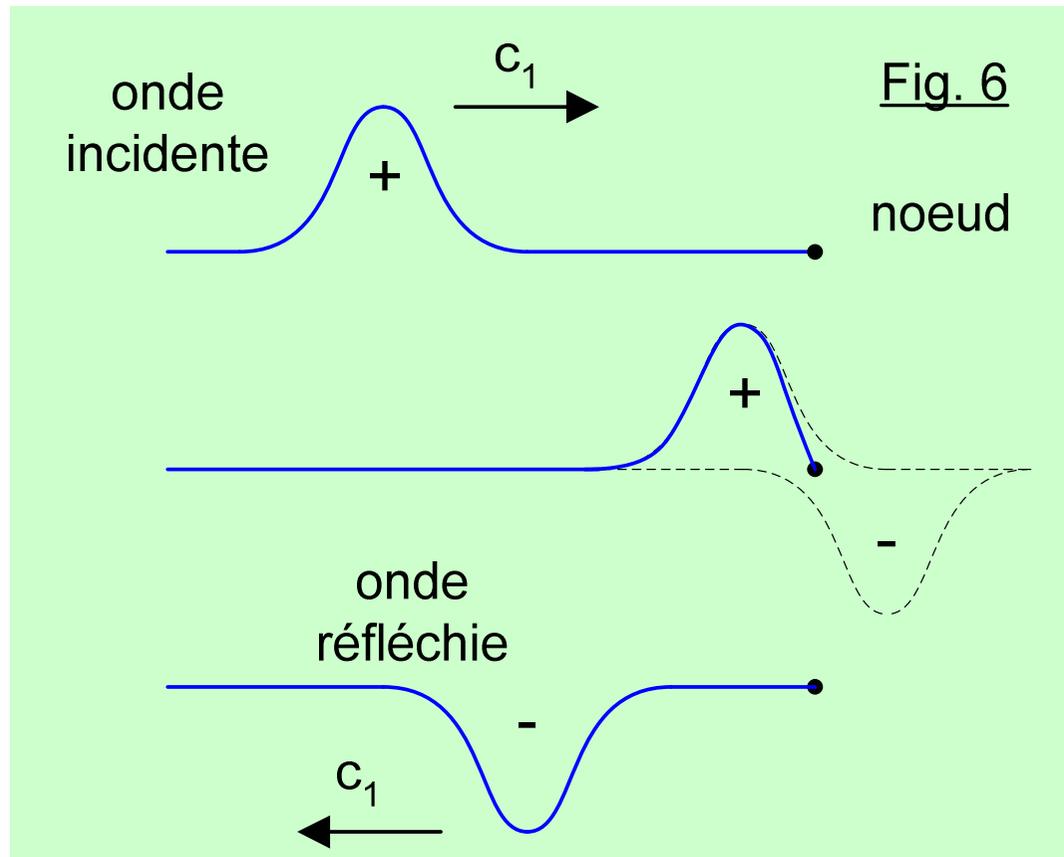
On montre que :

$$r = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$t = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

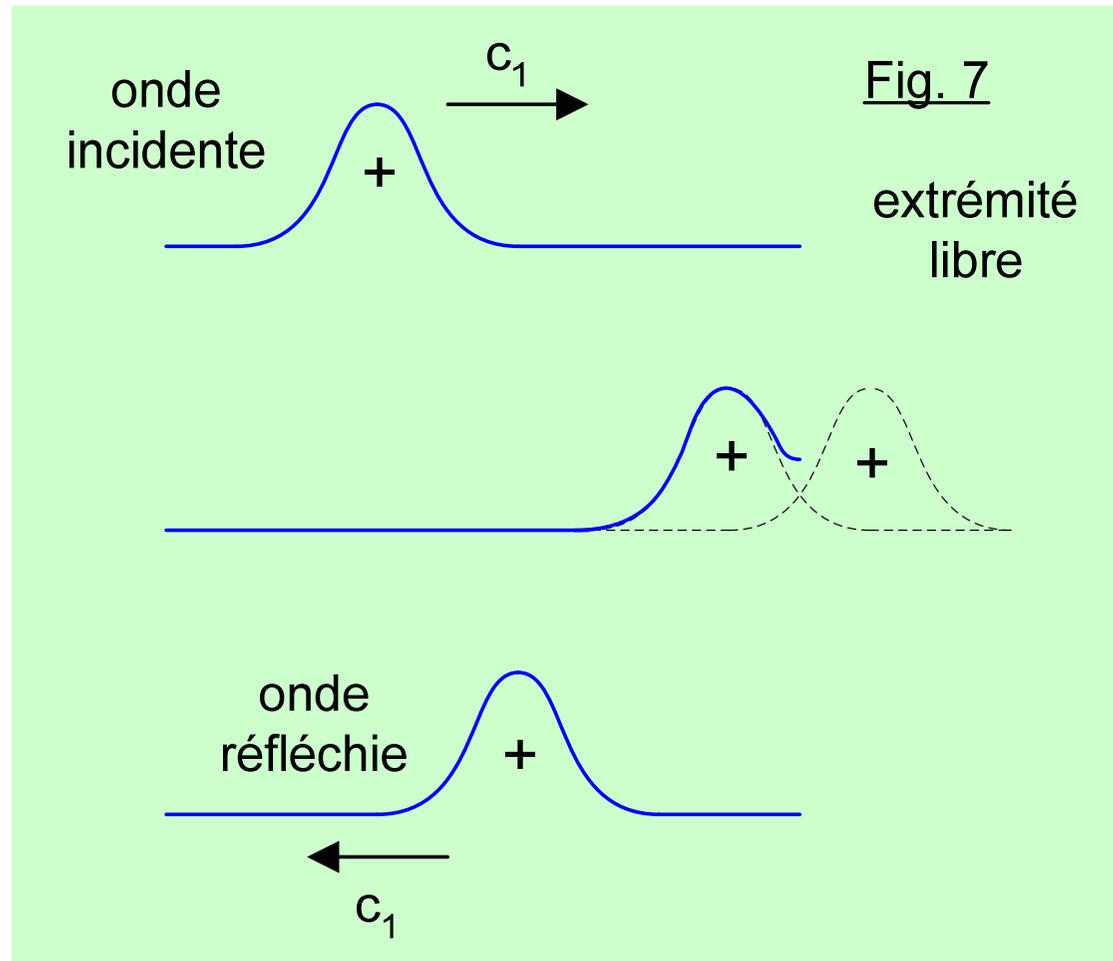
Cas particuliers

- Réflexion sur un nœud ($Z_2 = \infty$)



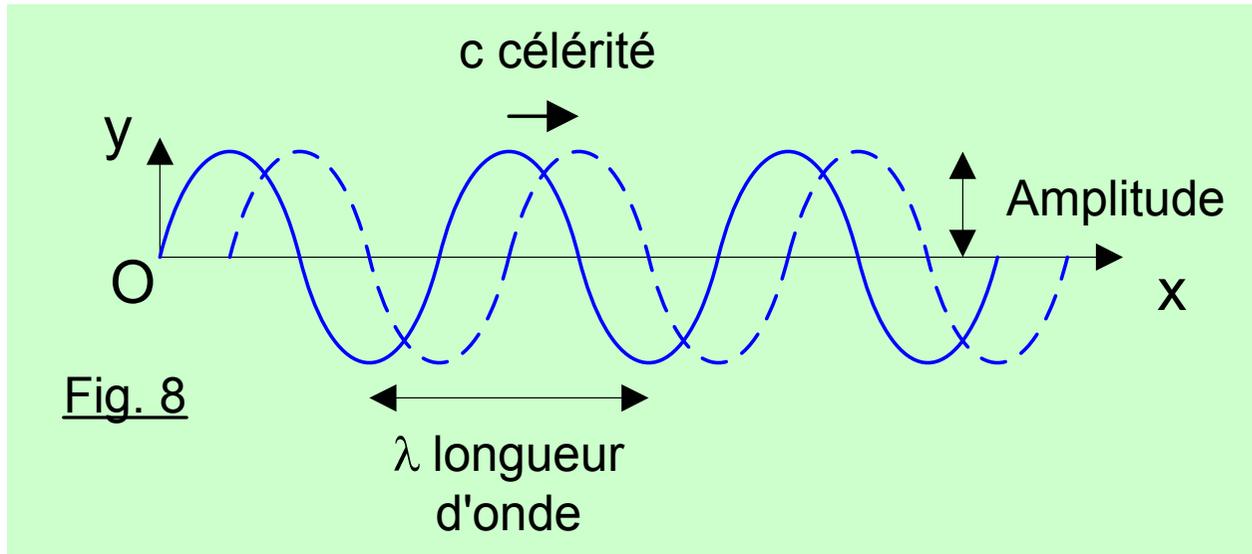
Réflexion totale avec changement de signe.

- Réflexion libre ($Z_2 = 0$)



Réflexion totale sans changement de signe (ex. : fouet)

1-4- Onde progressive de forme sinusoidale



Fonction d'onde :
$$y(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = A \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right]$$

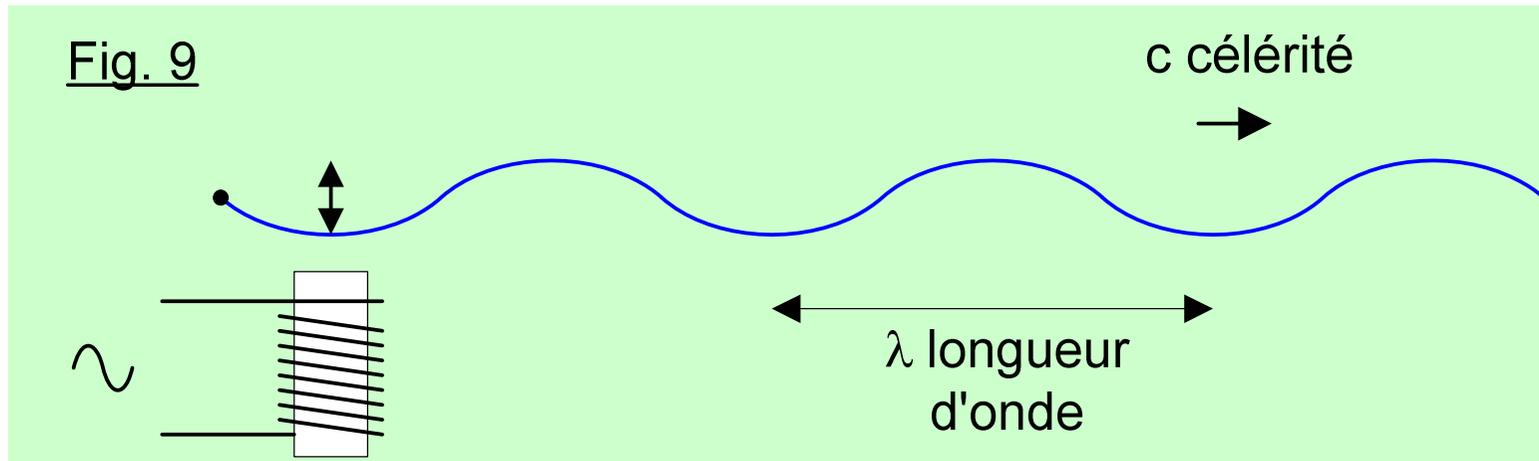
Autre écriture :

$$y(x, t) = A \sin[\omega t - kx + \varphi]$$

avec : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ (pulsation en rad/s)

et : $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ (nombre d'onde en m^{-1})

- Création d'une onde progressive sinusoïdale



corde en acier de tension : $F = 5,4 \text{ N}$

masse linéique : $\mu = 1,5 \text{ g/m}$

L'électroaimant impose la fréquence de vibration de la corde :

ici $f = 50 \text{ Hz}$

A.N.
$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{5,4}{1,5 \cdot 10^{-3}}} = 60 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{60}{50} = 1,20 \text{ m}$$

1-5- Aspect énergétique

- Puissance transportée par une onde progressive sinusoïdale

$$P = \frac{1}{2} Z A^2 \omega^2$$

A.N. amplitude $A = 1$ cm (fig. 9)

$$Z = \mu c = 1,5 \times 10^{-3} \times 60 = 0,09 \text{ kg/s}$$

$$P = 0,5 \times 0,09 \times 0,01^2 \times (2\pi \times 50)^2 = 0,44 \text{ watt}$$

Remarque :

$$P \propto A^2$$

\Rightarrow les vagues transportent beaucoup d'énergie.

- Coefficient de réflexion énergétique

R = énergie de l'onde réfléchie / énergie de l'onde incidente

$$R = r^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

- Coefficient de transmission : $T = 1 - R$

Remarque :

analogie optique \leftrightarrow acoustique

n (indice de réfraction) \leftrightarrow **Z** (impédance mécanique)