



Ondes élastiques & Acoustique

© Fabrice Sincère (version 4.0.5)

<http://pagesperso-orange.fr/fabrice.sincere>

Chapitre 2 Ondes élastiques dans les fluides et les solides

1-1- Introduction : classification des ondes acoustiques

- Sons audibles : $20 < f < 16\ 000$ Hz (bande passante de l'oreille humaine)

- son grave : 20 à 500 Hz
- son médium : 500 à 4000 Hz
- son aigu : 4 à 16 kHz

- Infrasons : $f < 20$ Hz
- Ultrasons : $f > 16$ kHz
- Hypersons : $f > 1$ GHz

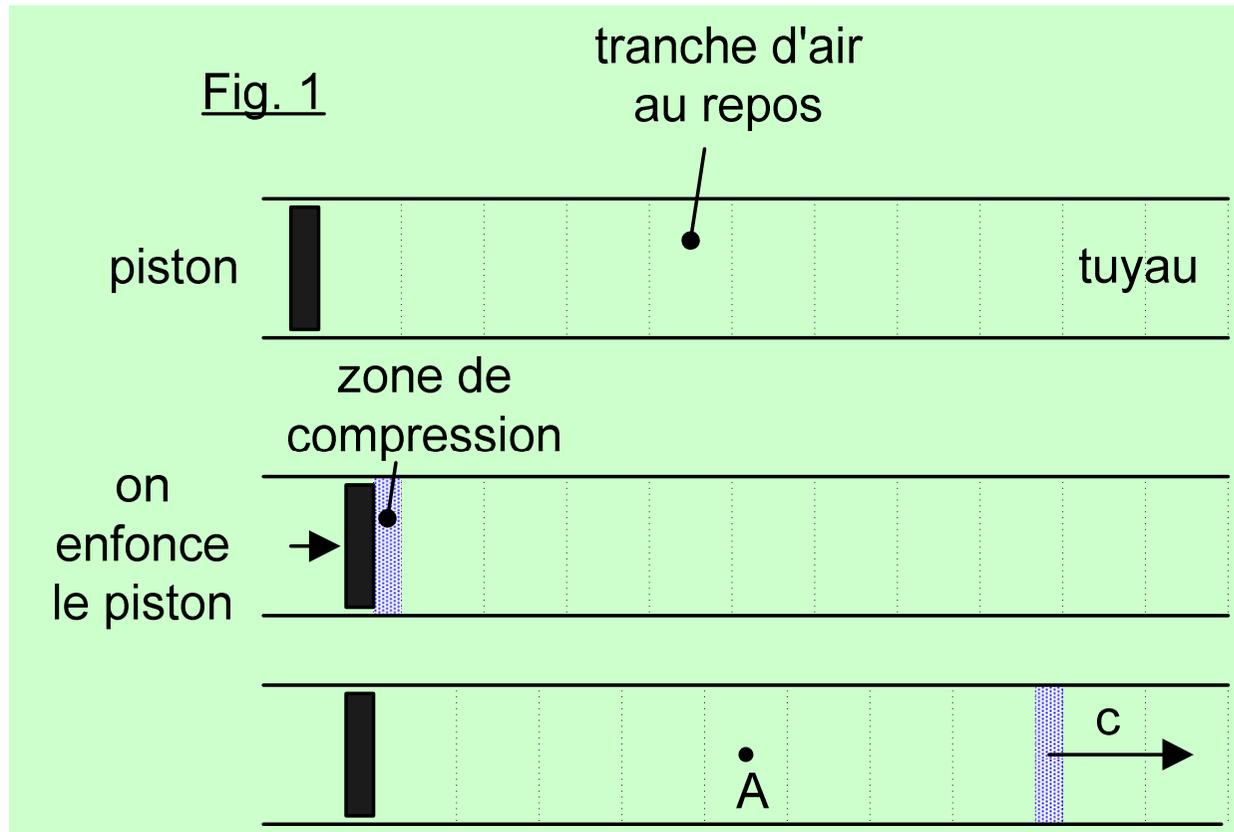


1-2- Ondes élastiques dans les fluides

Fluide : gaz ou liquide

On suppose les fluides parfaits (pas d'absorption).

1-2-1- Propagation d'une onde élastique plane dans l'air



Il y a propagation par compression ou dilatation : l'onde est longitudinale.

Une onde élastique dans l'air correspond à la propagation d'une *variation de pression*.

1-2-2- Pression acoustique (ou pression relative)

Définition : $p = P - P_0$

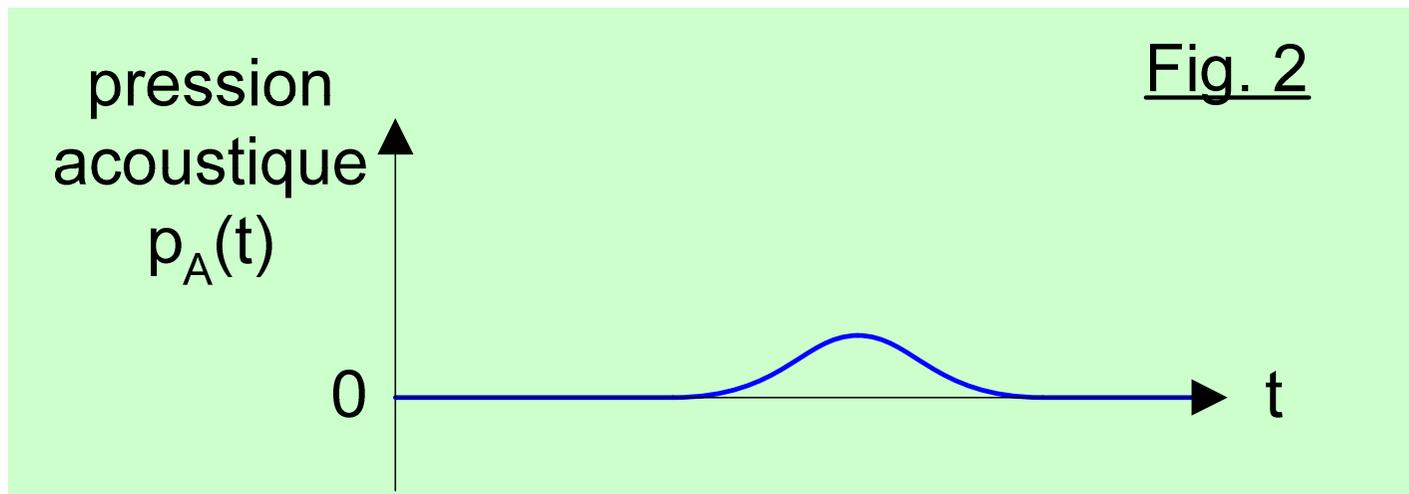
P : pression absolue du fluide

P_0 : pression absolue au repos

$p > 0$: compression

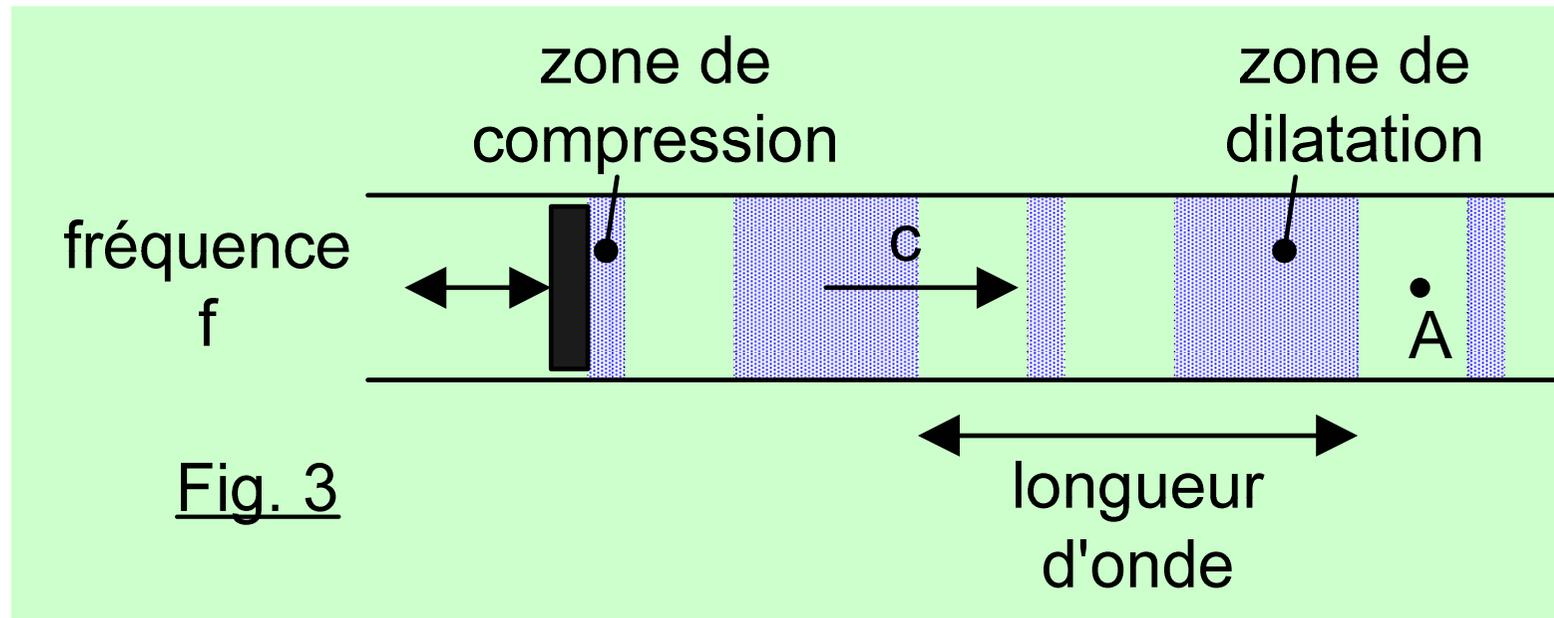
$p < 0$: dilatation

Plaçons un capteur de pression (microphone) au point A :



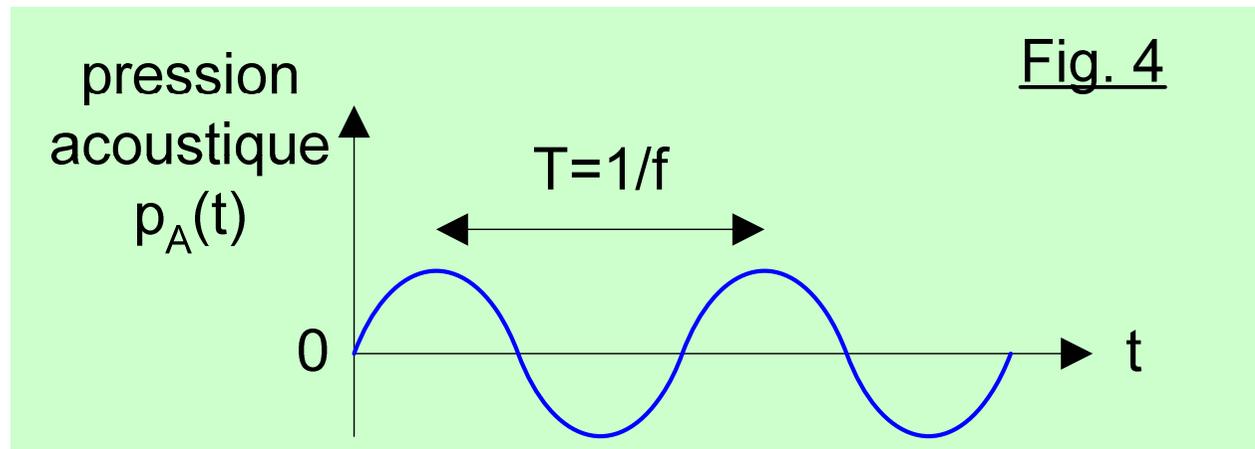
1-2-3- Propagation d'une onde sonore plane sinusoïdale

Le piston a maintenant un mouvement sinusoïdal de fréquence f :



Un son de fréquence f se propage.

- Pression acoustique en A :



1-2-4- Source sonore

Une source sonore est une *surface vibrante* mettant en mouvement le milieu environnant.

Ex. 1 : voix humaine (cordes vocales)

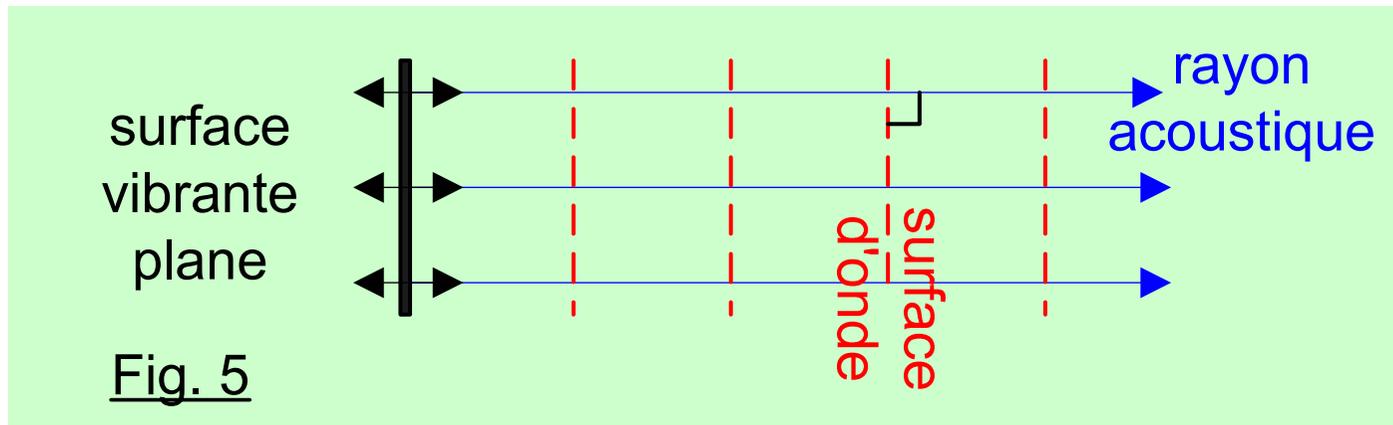
Ex. 2 : haut-parleur (vibration d'une membrane)

1-2-5- Surface d'onde (ou front d'onde) et rayon acoustique

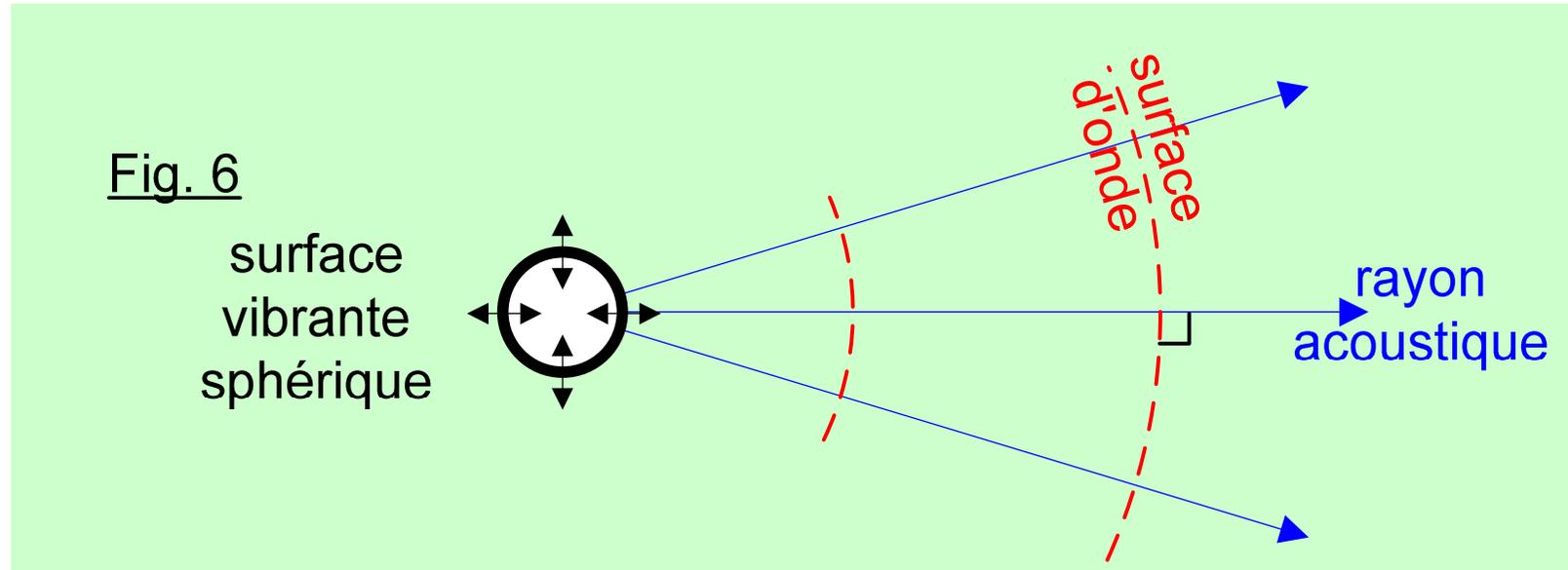
L'ensemble des points atteints au même instant par une onde est appelé *surface d'onde*.

Tous les points d'une surface d'onde vibrent *en phase*.

- Onde plane



- Onde sphérique



1-2-6- Célérité du son dans les fluides

• Equation de propagation :
$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = \rho \chi_s \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2}$$

d'où :
$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho \chi_s}} \quad (1)$$

ρ : masse volumique (en kg/m³)

χ_s : coeff. de compressibilité adiabatique (en Pa⁻¹)

Remarque : χ_s des gaz \gg χ_s des liquides

- Cas des gaz parfaits

$$\chi_s = \frac{1}{\gamma P} \quad (2)$$

D'autre part : $PV_{\text{molaire}} = RT$

$$\rho = M/V_{\text{molaire}} \quad (M \text{ masse molaire du gaz})$$

$$\text{d'où : } P/\rho = RT/M \quad (3)$$

Finalemment :

(1) (2) (3)
$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

- c en m/s
- T en kelvin
- M en **kg**/mol
- $R \approx 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Remarques :

- célérité indépendante de la pression du gaz
- $\gamma = 5/3$ pour les gaz monoatomiques
- $\gamma = 7/5$ “ diatomiques ($\text{O}_2, \text{N}_2 \dots$)

- Cas particulier de l'air

L'air est un mélange d'environ 20 % de O_2 et de 80 % de N_2 :

$$M_{\text{air}} = \frac{20 \times M(O_2) + 80 \times M(N_2)}{100}$$
$$= \frac{20 \times 32 + 80 \times 28}{100} = 29 \text{ g/mol}$$

$$\gamma_{\text{air}} = 1,41$$

d'où : $c_{\text{air}} \text{ (m/s)} \approx 20\sqrt{T\text{(K)}}$

Aux températures usuelles :

$$c_{\text{air}} \text{ (m/s)} \approx 330 + 0,6 T(^{\circ}\text{C})$$

A.N. 330 m/s à 0°C

 342 m/s à 20°C

- Cas des liquides

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho\chi_s}}$$

A.N. célérité du son dans l'eau

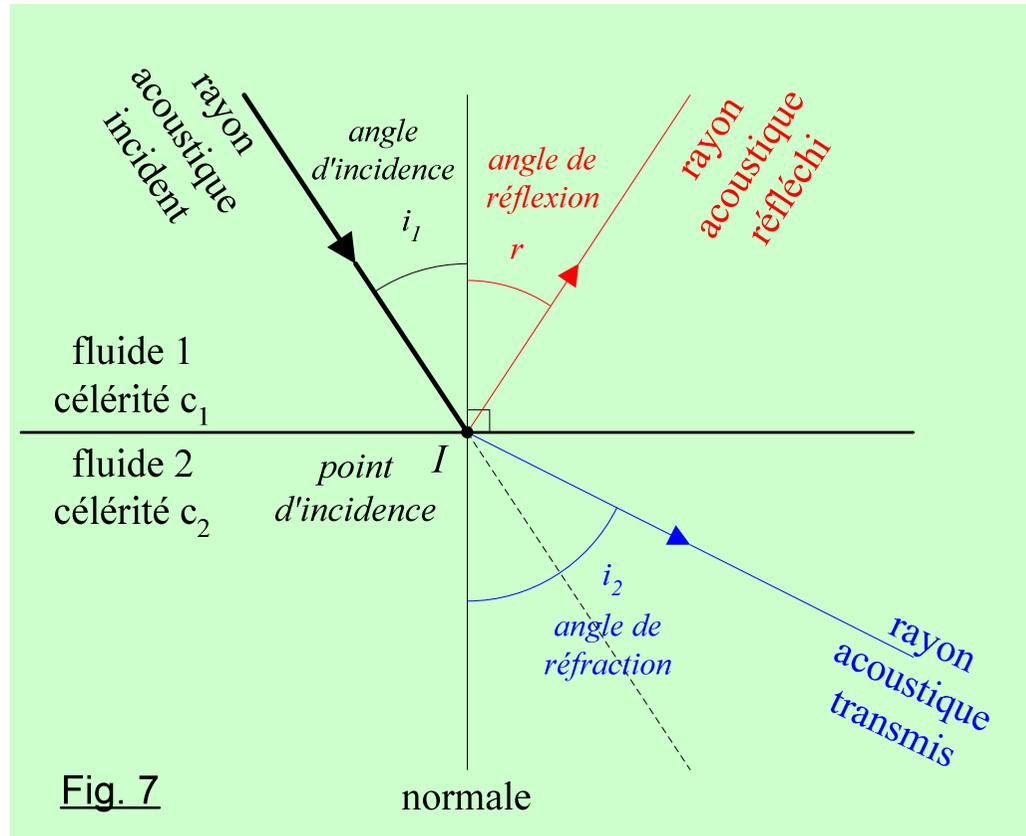
$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$1/\chi_s = 2,1 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$\text{d'où : } \quad \mathbf{c_{\text{eau}} \approx 1480 \text{ m/s}}$$

1-2-7- Réflexion et transmission des ondes sonores

- Lois de Snell-Descartes :



Loi de la réflexion :

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}_1$$

Loi de la réfraction :

$$\frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2}$$

- Aspect énergétique

Impédance acoustique : $Z = \rho c$ $[\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}]$

Coeff. de réflexion énergétique (sous incidence normale) :

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

A.N. passage du son de l'air dans l'eau

$$Z_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} c_{\text{eau}} = 1000 \times 1480 = 1,48 \cdot 10^6 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$$

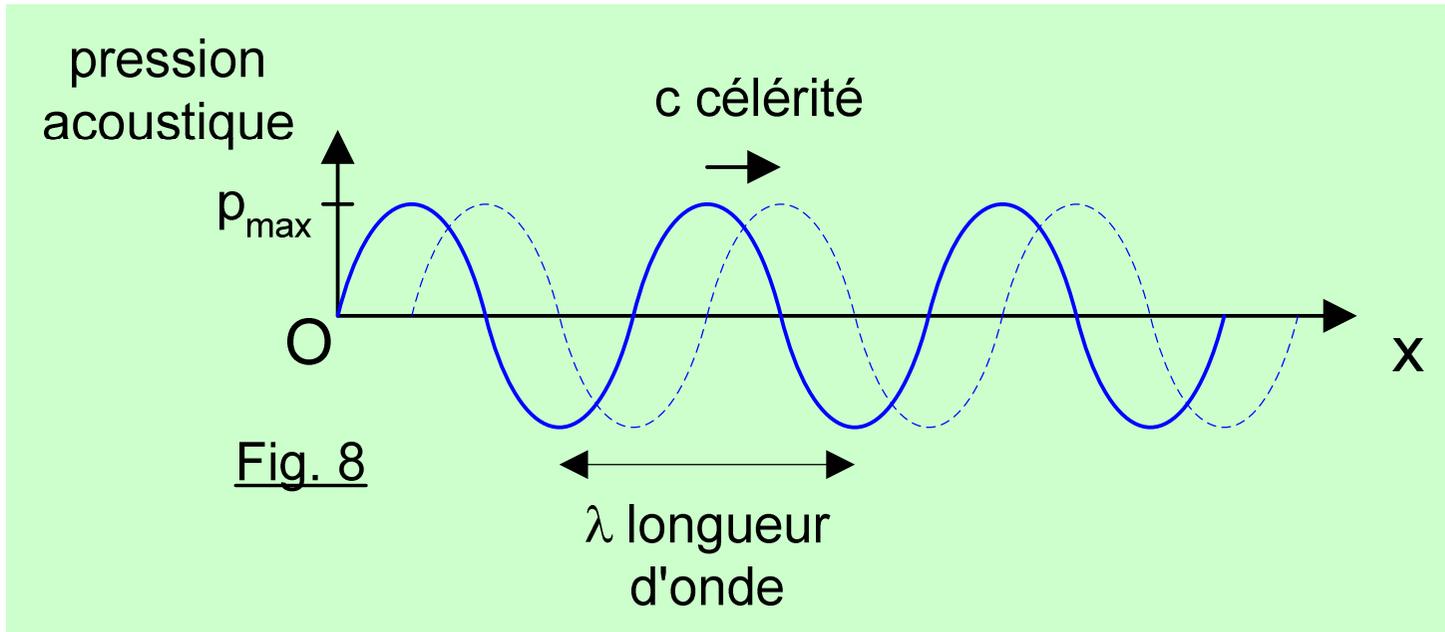
$$Z_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} c_{\text{air}} = 1,29 \times 342 = 440 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$R = 99,88 \%$$

$$T = 0,12 \% \quad \Rightarrow \quad \text{forte atténuation du son transmis}$$

1-2-8- Pression acoustique efficace d'un son

Considérons une onde plane progressive sinusoïdale :



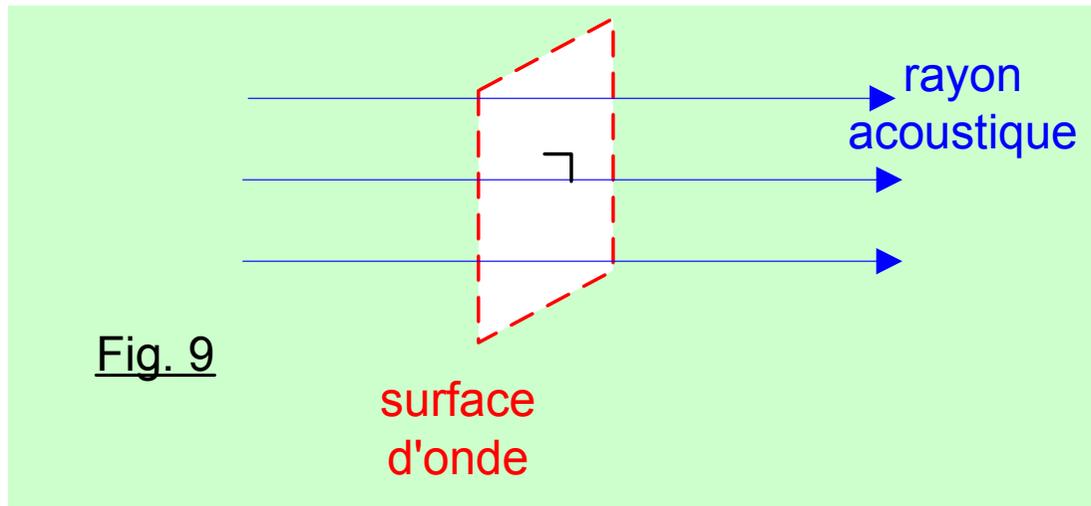
La pression acoustique s'écrit : $p(x, t) = p_{\max} \sin[\omega t - kx + \varphi]$

Par définition :

$$p_{\text{eff}} = \frac{p_{\max}}{\sqrt{2}}$$

1-2-9- Intensité acoustique d'un son

- Définition : l'intensité acoustique **I** d'une onde progressive est la puissance qu'elle transporte par unité de surface.



$$I [\text{W} / \text{m}^2] = \frac{\text{puissance acoustique} [\text{W}]}{\text{surface} [\text{m}^2]}$$

On montre que :

$$I = \frac{p_{\text{eff}}^2}{Z} \quad \frac{[\text{Pa}^2]}{[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]}$$

1-2-10- Niveau d'intensité acoustique (SPL Sound Pressure Level)

Définition :

$$L(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$I = I_0 : \quad L = 0 \text{ dB}$$

$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$: seuil d'audibilité dans l'air de l'oreille humaine pour un son sinusoïdal de 1 kHz.

Autre écriture :

$$L(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{\text{eff}}}{p_{\text{eff}0}} \right)$$

$$I_0 = \frac{p_{\text{eff}0}^2}{Z_{\text{air}}}$$

$$\text{d'où : } p_{\text{eff}0} = \sqrt{10^{-12} \cdot 440} = 20 \mu\text{Pa}$$

- Remarque

sensibilité relative de l'oreille à 1 kHz :

$$P_{\text{eff } 0} / P_{\text{atm}} = 20 \cdot 10^{-6} / 101\,325 = 2 \cdot 10^{-10} !$$

Ceci correspond à une vibration de l'air d'amplitude 10^{-11} m !

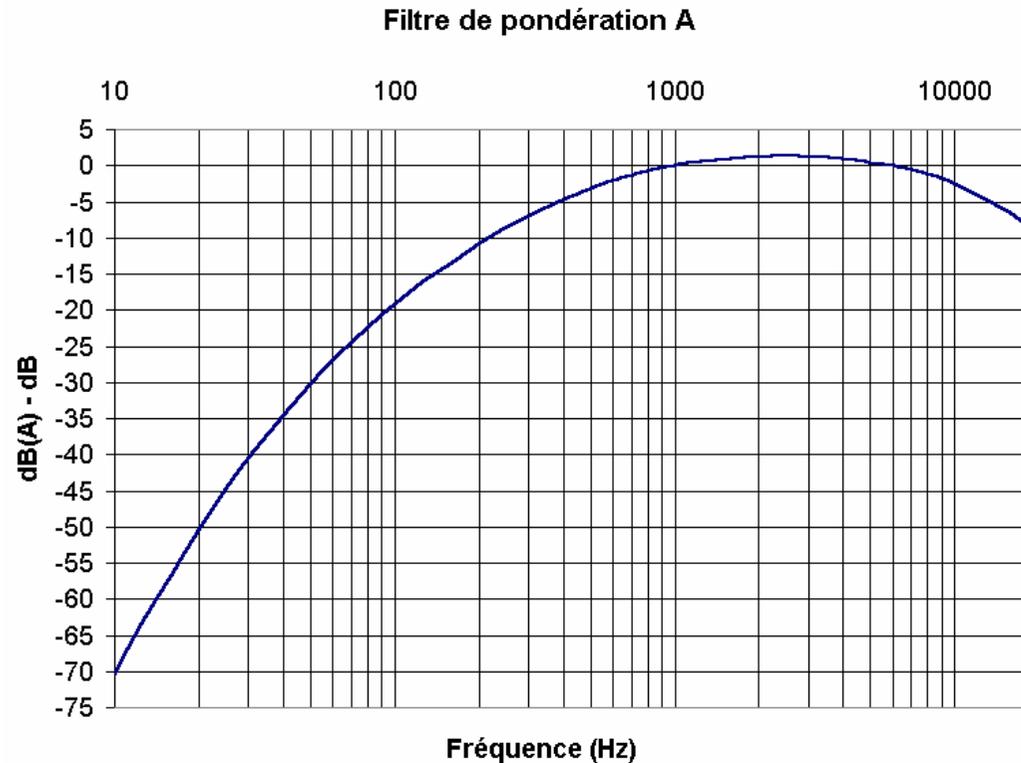
$$I_0 \times 1 \text{ cm}^2 \text{ (surface d'un tympan)} : 10^{-16} \text{ W} !$$

- Tableau 1

	L (dB)	I (W/m ²)	p _{eff} (Pa)
Seuil d'audition	0	10 ⁻¹²	2·10 ⁻⁵
Bruissement des feuilles	20	10 ⁻¹⁰	2·10 ⁻⁴
Conversation vive	60	10 ⁻⁶	2·10 ⁻²
Seuil de douleur	120	1	20

1-2-11- Filtre de pondération A

L'oreille a une sensibilité qui dépend de la fréquence (fig.10) :



Le **dB(A)** exprime la sensation auditive de l'oreille.

Ex. 60 dB à 1 kHz \Leftrightarrow 60 dB(A)

 60 dB à 100 Hz \Leftrightarrow 60 - 19 = 41 dB(A)

 79 dB à 100 Hz \Leftrightarrow 79 - 19 = 60 dB(A)

1-2-12- Différence de niveau acoustique

1^{er} son : $L_1(\text{dB})$ $I_1(\text{W/m}^2)$

2^{ème} son : L_2 I_2

- $\Delta L(\text{dB}) = L_1 - L_2$

- Autre expression :
$$\Delta L = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) - 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \right)$$
$$= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

1-2-13- Atténuation

Atténuation (dB) = niveau d'entrée (dB) - niveau de sortie (dB)

$$= 10 \log \left(\frac{I_{\text{entrée}}}{I_{\text{sortie}}} \right)$$

- Application : atténuation du son transmis de l'air dans l'eau

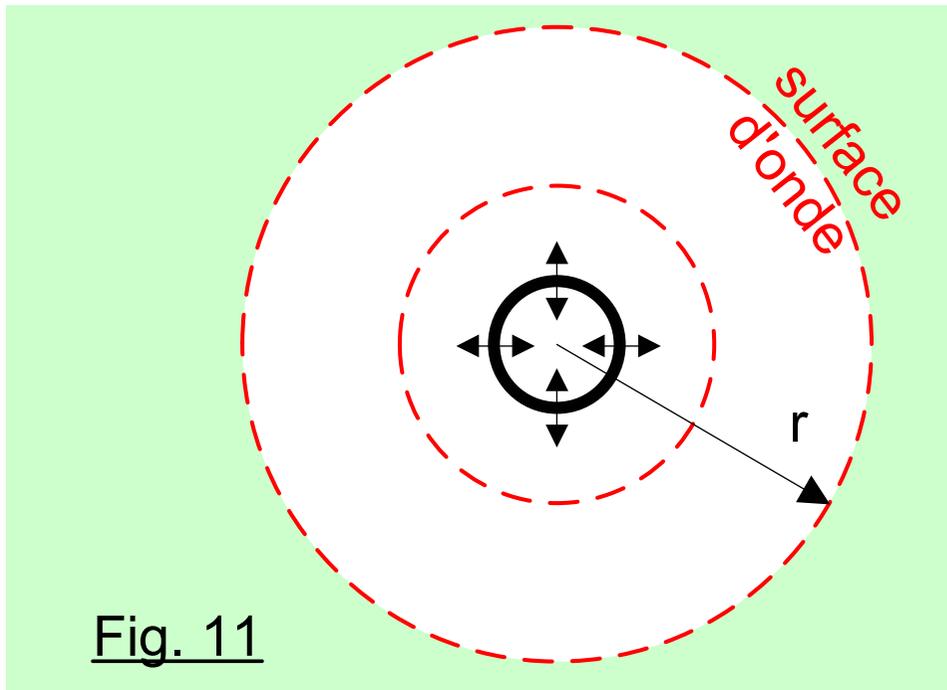
$$\begin{aligned} \text{Atténuation (dB)} &= 10 \log \left(\frac{I_{\text{incident}}}{I_{\text{transmis}}} \right) = 10 \log \left(\frac{1}{T} \right) \\ &= -10 \cdot \log_{10} T \end{aligned}$$

A.N. $T = 0,12 \%$

\Leftrightarrow atténuation de 29 dB

1-2-14- Intensité acoustique et formes d'ondes

- Onde plane : l'intensité est indépendante de la distance à la source (en l'absence d'absorption) : $I = \text{cte}$ $L = \text{cte}$
- Onde sphérique : *dilution* de l'énergie dans l'espace : $r \nearrow$ $I \searrow$ $L \searrow$



Soit P la puissance acoustique de la source : $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$ $I \propto \frac{1}{r^2}$

Atténuation du son avec la distance

niveau à la distance r_1 (dB) - niveau à la distance r_2 (dB)

$$= 10 \log \left(\frac{I_{r1}}{I_{r2}} \right) = 10 \log \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} \right) = 20 \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

distance multipliée par 10 : atténuation de 20 dB

“ 2 : “ 6 dB

Ex. Haut-parleur 80 W (puissance électrique nominale)

89 dB/W/m (\Leftrightarrow 89 dB à 1 m pour 1 W)

On suppose les ondes sphériques :

$P_e = 1$ W : 83 dB à 2 m 77 dB à 4 m 69 dB à 10 m ...

$P_e' = 80$ W : $\Delta L = 10 \log \left(\frac{I'}{I} \right) = 10 \log(80) = 19$ dB

108 dB à 1 m 102 dB à 2 m ...

1-2-15- Absorption des ondes sonores

- En réalité, il y a perte d'énergie sonore par :
 - échange de chaleur
 - viscosité (frottement)
 - diffusion ...

- Loi d'absorption (loi de Beer) pour une onde plane :

$$I(x) = I(0)e^{-kx}$$

x : distance à la source (en m)

k : coefficient d'absorption (en m⁻¹)

$$k \approx A f^2$$

A : constante qui dépend du milieu de propagation

f : fréquence du son en Hz

- Remarque :

L'absorption augmente rapidement avec la fréquence.

Conséquence : les sons graves se propagent plus loin que les aigus.

- Coefficient d'absorption en dB/m

On montre que : $\alpha(\text{dB} / \text{m}) = \frac{10}{\ln 10} k = 4,34 k (\text{m}^{-1})$

- **Atténuation due à l'absorption (dB) = $\alpha \times$ distance parcourue (m)**

Ex. eau $f = 500 \text{ Hz}$ $\alpha = 10^{-4} \text{ dB/km}$

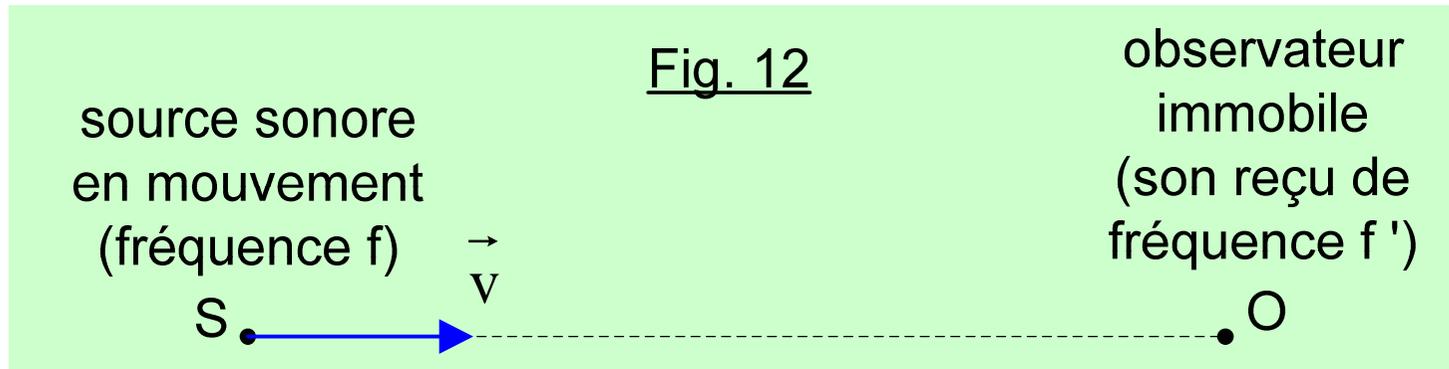
$f = 1,6 \text{ MHz (ultrasons)}$ $\alpha = 1 \text{ dB/m}$

L'air absorbe beaucoup plus que l'eau :

$f = 500 \text{ Hz}$ $\alpha = 2,8 \text{ dB/km}$

1-2-16- Effet Doppler-Fizeau

- Expérience



- Observation

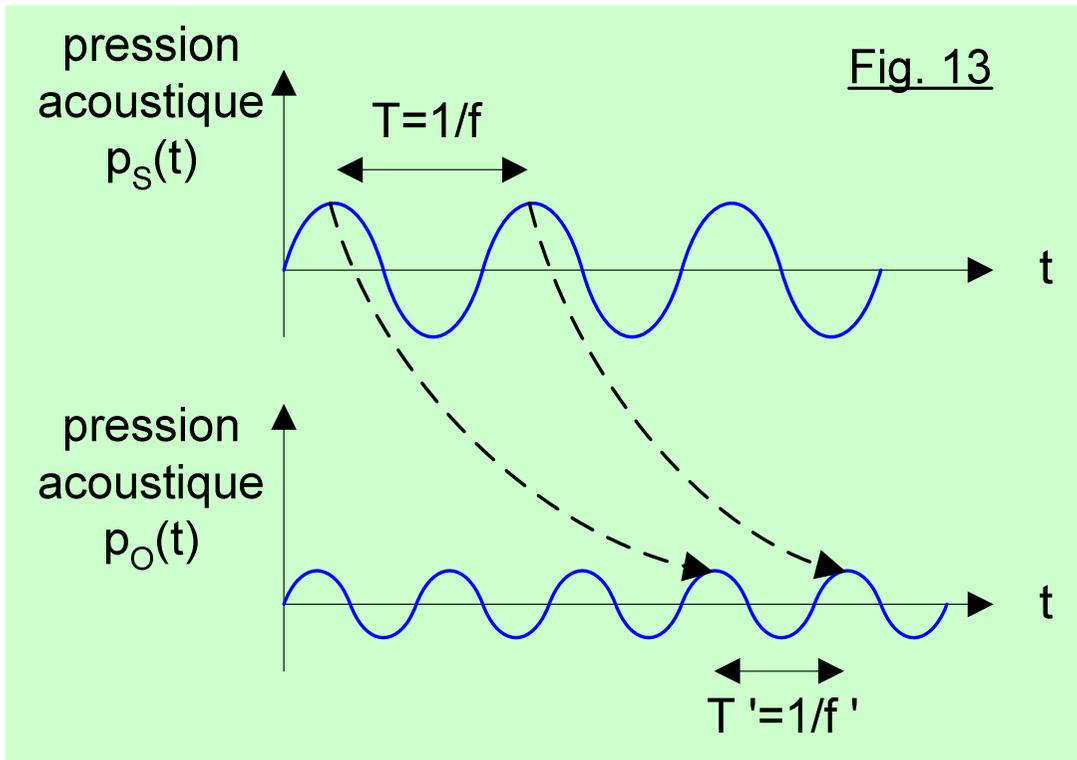
Décalage en fréquence ($\Delta f = f' - f$) : c'est l'effet Doppler.

De plus : $\Delta f > 0$ quand la source se rapproche (son plus aigu)

$\Delta f < 0$ quand la source s'éloigne (son plus grave)

$|v| \nearrow |\Delta f| \nearrow$

• Justification



Le son émis à l'instant t est reçu à l'instant :

$$t' = t + d/c$$

d : distance S-O

c : vitesse du son

Le son émis à l'instant $t+T$ est reçu à l'instant :

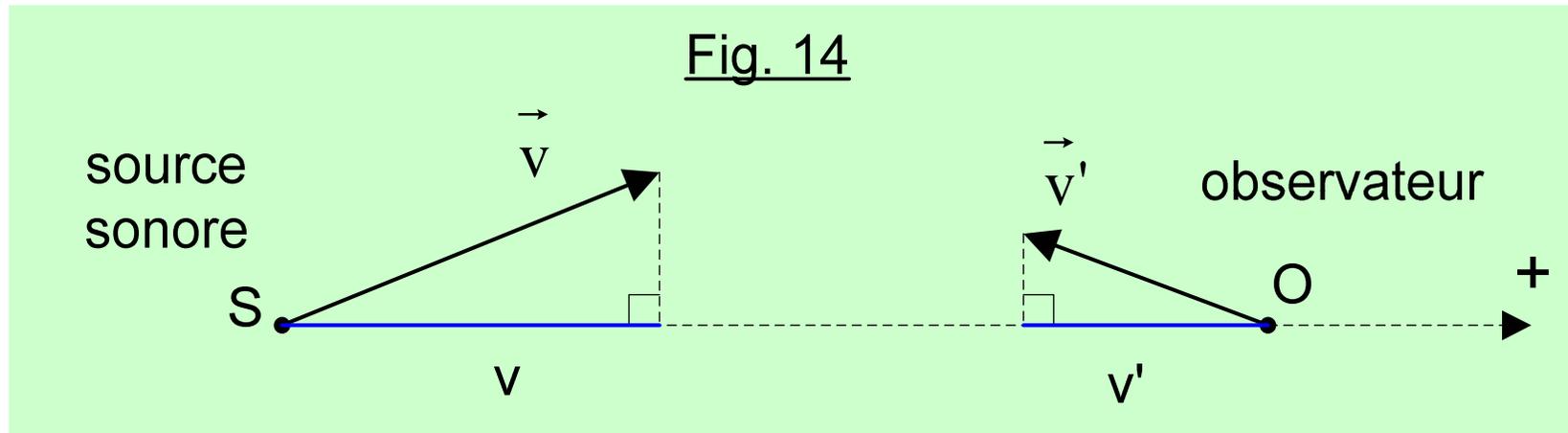
$$t'' = t + T + (d - vT)/c$$

$$T' = t'' - t' = T - vT/c = T(c - v)/c$$

$$f' = f \frac{c}{c - v}$$

($v > 0$ quand la source se rapproche : $f' > f$)

- Cas général : observateur mobile



$$f' = f \frac{c - v'}{c - v}$$

v : vitesse radiale de la source

v' : “ l'observateur

- Application : mesure indirecte de la vitesse ($\Delta f \Rightarrow v$)
 - vélocimétrie sanguine (vitesse du sang)
 - débitmètre à ultrasons (vitesse d'un liquide)
 - radar (ondes EM hyperfréquences)
 - mesure de la vitesse des étoiles (décalage vers le rouge des ondes lumineuses des étoiles qui s'éloignent)

1-2-17- Ondes de choc & ondes balistiques

Ceci concerne les objets qui se déplacent plus vite que le son :

$v > c$ (dans l'air : 340 m/s ou 1200 km/h)



- Nombre de **Mach** = v/c

objet subsonique : nb de Mach < 1

“ transsonique : ≈ 1

“ supersonique : > 1

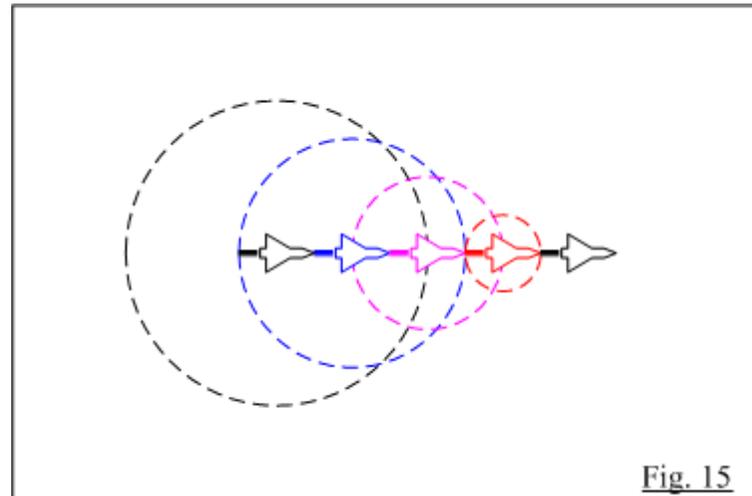
“ hypersonique : > 5



- Onde de choc créée par un avion supersonique

Le bruit du moteur se propage moins vite que l'avion.

Les surfaces d'onde forment un cône arrière où l'énergie sonore est concentrée :



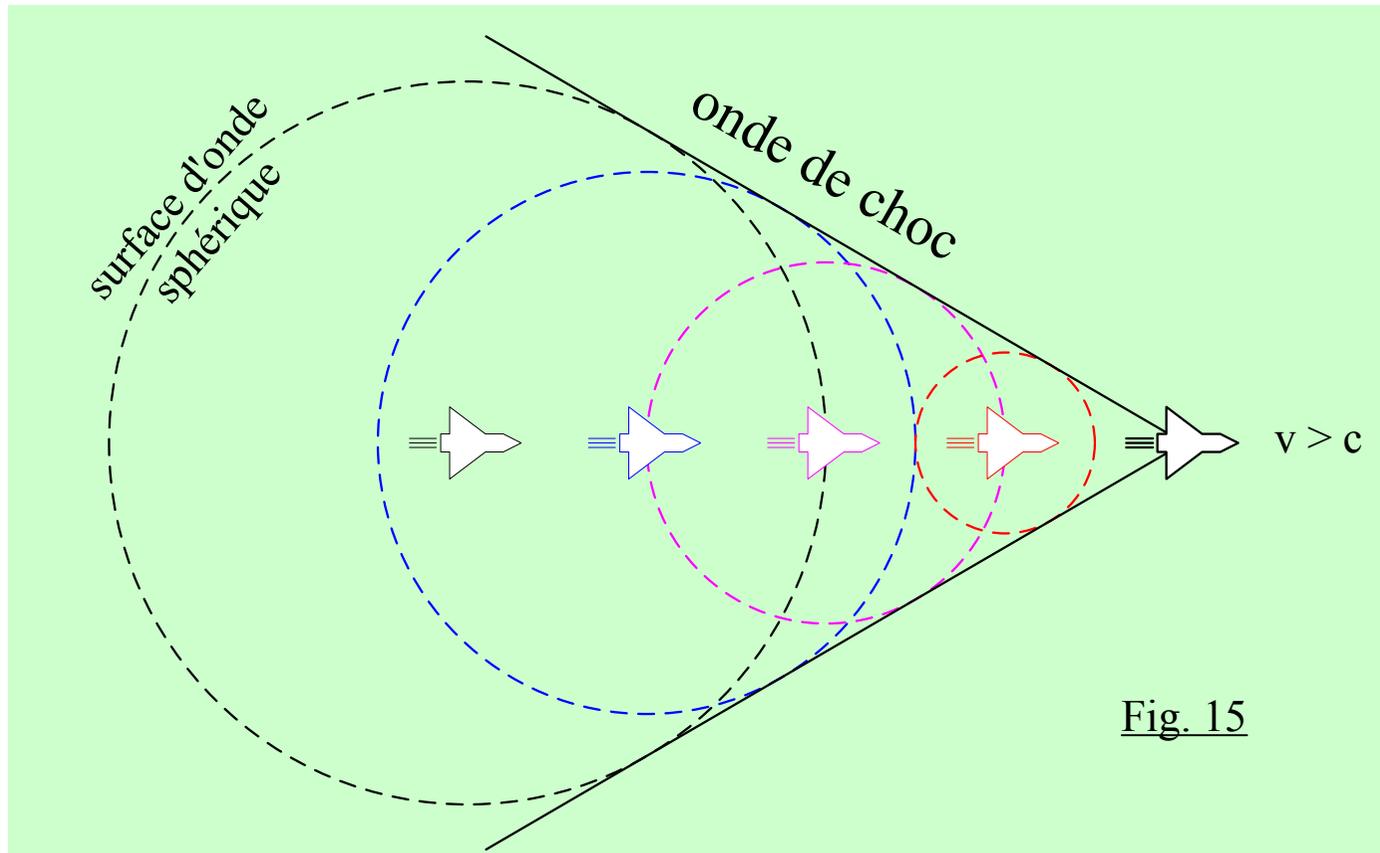
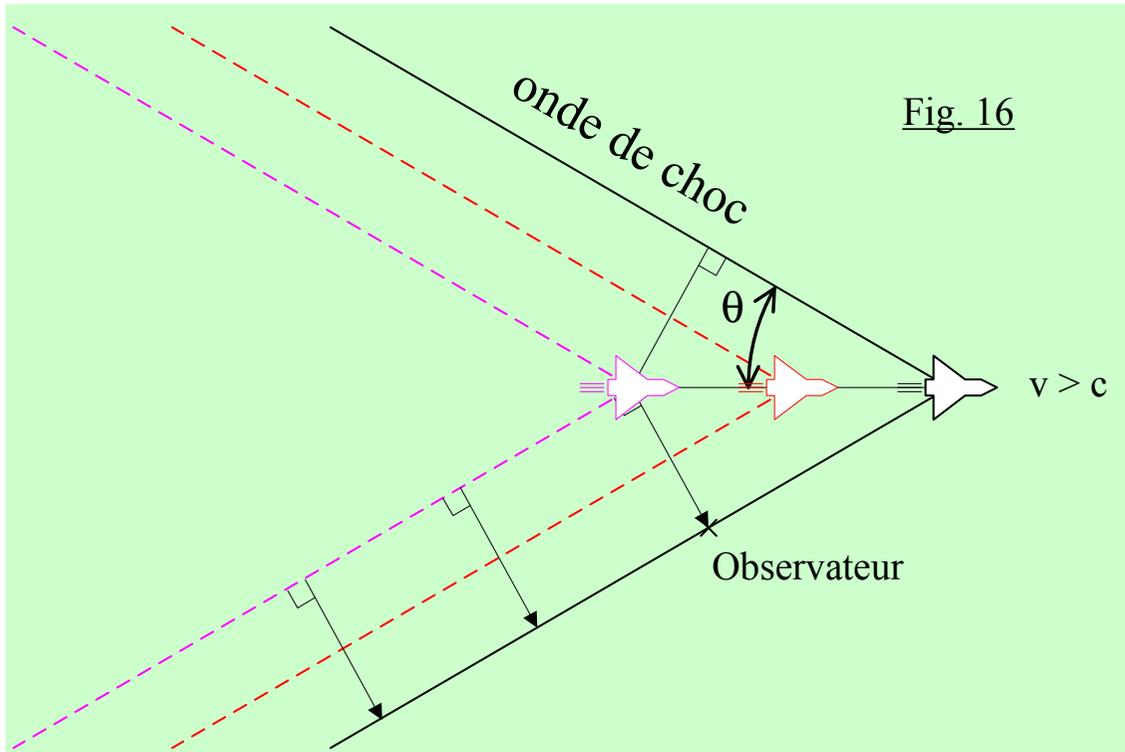
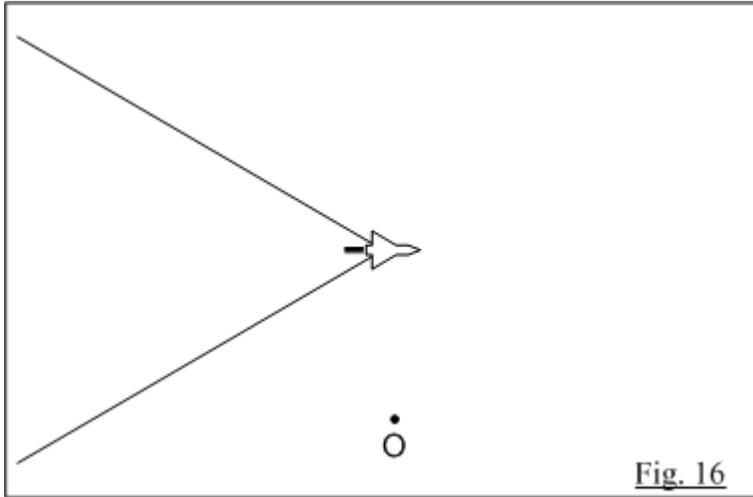


Fig. 15



$$\sin \theta = \frac{c}{v}$$

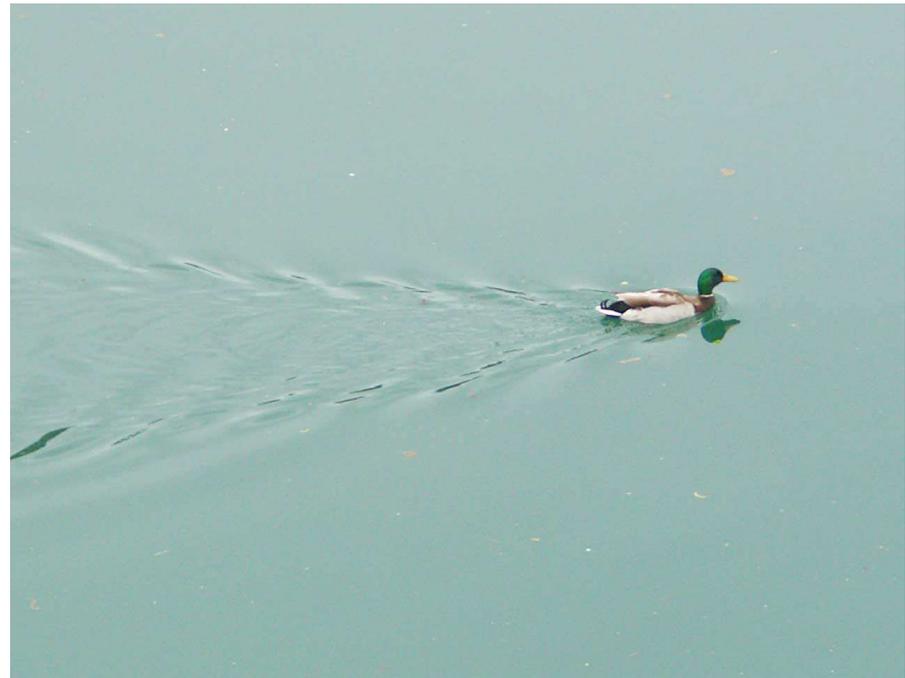
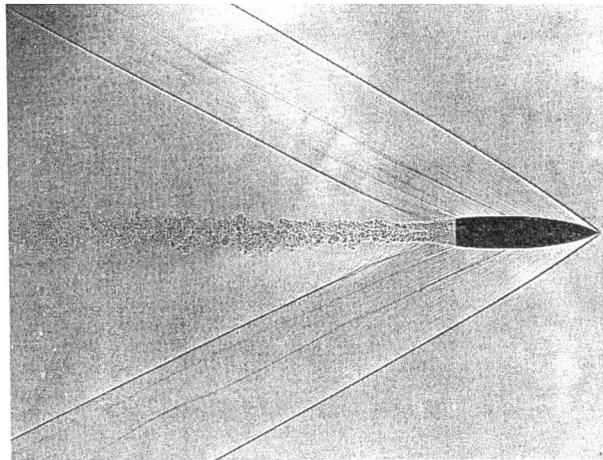
A.N. Mach 2

$$\sin \theta = 1/2$$

$$\theta = 30^\circ$$

Remarques :

- effet destructif des ondes de choc (dû à leurs énergies)
- passage du mur du son : double bang
- explosion : onde de choc due à l'élévation de la température de l'air
- sifflement d'une balle



1-3- Ondes élastiques dans les solides

Dans les solides (et les fluides très visqueux), les ondes peuvent se propager dans le mode transversal (ondes de cisaillement).

1-3-1- Célérité des ondes longitudinales (ondes L)

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}}$$

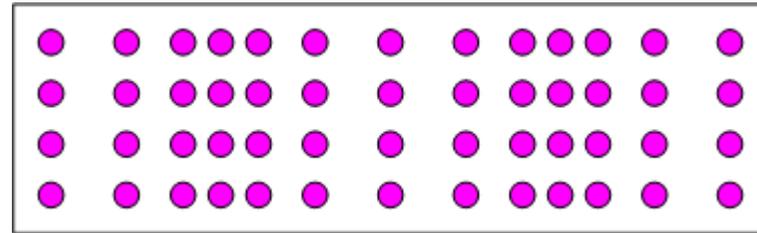


Fig.17

- c_L en m/s
- E : module d'Young (module d'élasticité) en N/m^2
élasticité $\searrow E \nearrow$
- μ : coeff. de Poisson (sans unité)
- ρ : masse volumique (kg/m^3)

A.N. acier (1% de carbone)

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$\mu = 0,28$$

$$\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{d'où : } c_L = 5920 \text{ m/s}$$

1-3-2- Célérité des ondes transversales (ondes T)

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}}$$

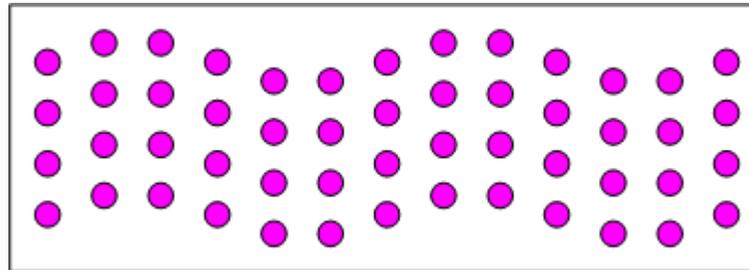


Fig.18

A.N. acier (1% de carbone)

$$c_T = 3255 \text{ m/s}$$

Remarque : on a toujours $c_T < c_L$

1-3-3- Autres modes de propagation

- Ondes de surface (ondes de Rayleigh)

Propagation à la surface des solides :

$$c_S \approx 0,9c_T$$

A.N. acier (1% de carbone)

$$c_S = 2900 \text{ m/s}$$

- Ondes de plaques (ondes de Lamb)

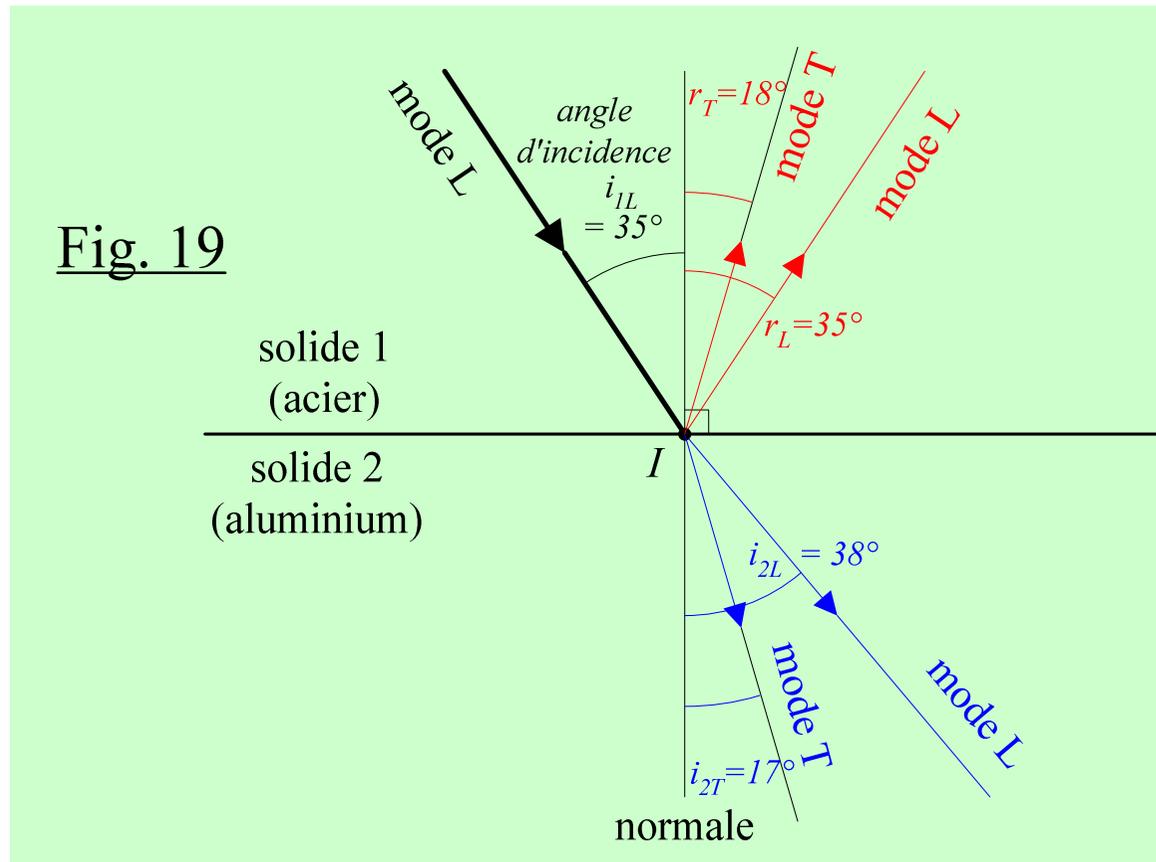
Propagation dans les plaques de faible épaisseur (tôles) :

$$c_{\text{Lamb}} = f(\lambda)$$

1-3-4- Changement de milieu de propagation

- Lois de Snell-Descartes

Exemple : passage de l'acier dans l'aluminium



Phénomène de double réflexion et de double réfraction.

Solide 1 (acier) : $c_{1L} = 5920 \text{ m/s}$ $c_{1T} = 3255 \text{ m/s}$

Solide 2 (aluminium) : $c_{2L} = 6300 \text{ m/s}$ $c_{2T} = 3100 \text{ m/s}$

Réfraction :

$$\frac{\sin i_{1L}}{c_{1L}} = \frac{\sin i_{2L}}{c_{2L}} \quad \text{d'où : } i_{2L} = 38^\circ$$

$$\frac{\sin i_{1L}}{c_{1L}} = \frac{\sin i_{2T}}{c_{2T}} \quad \text{d'où : } i_{2T} = 17^\circ$$

Réflexion :

$$r_L = i_{1L} = 35^\circ$$

$$\frac{\sin i_{1L}}{c_{1L}} = \frac{\sin r_T}{c_{1T}} \quad \text{d'où : } r_T = 18^\circ$$

Remarque : les ondes L sont toujours plus déviées que les ondes T
(car $c_T < c_L$)

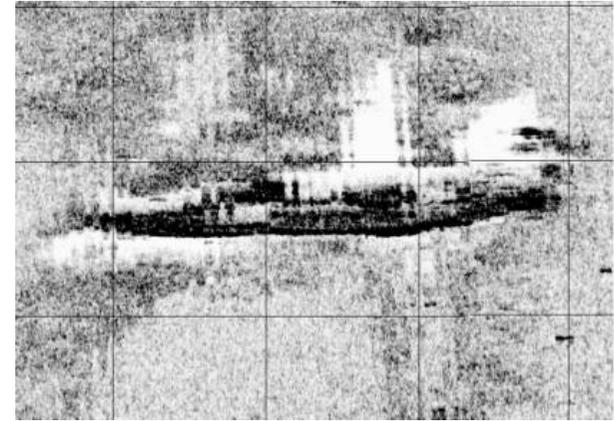
1-4- Utilisation pratique des ultrasons

a- Echo (réflexion)

- échographie médicale



- SONAR
- mesure d'épaisseur / distance / niveau



- contrôle non destructif (contrôle de soudure, défaut interne ...)

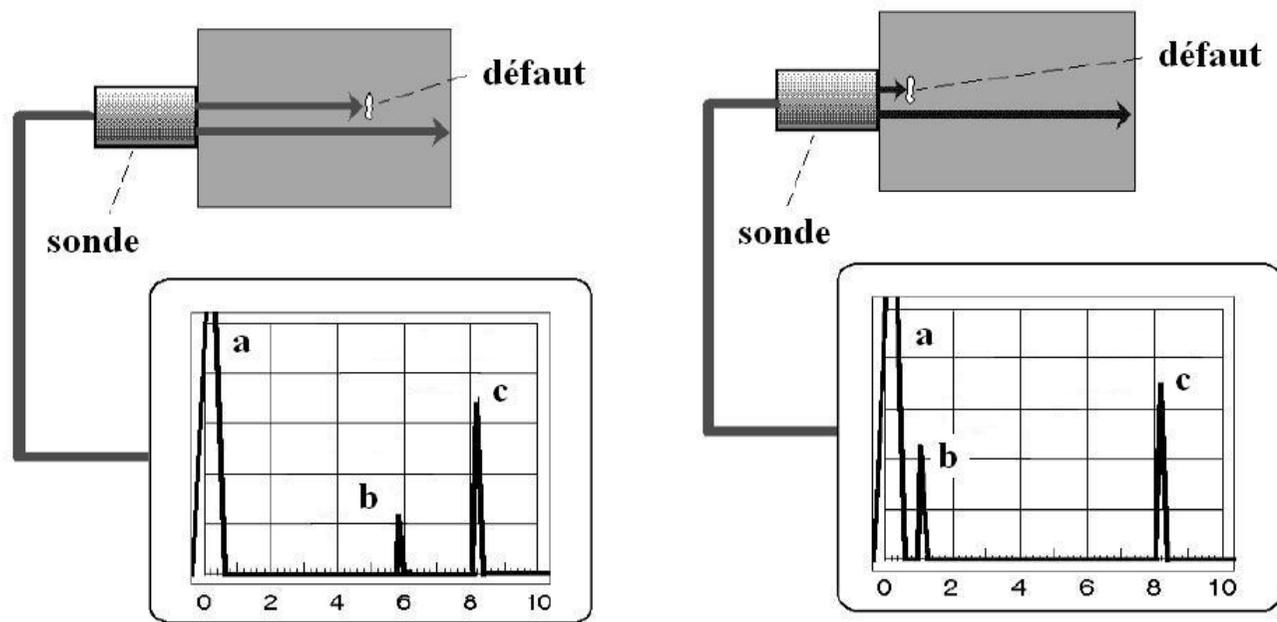
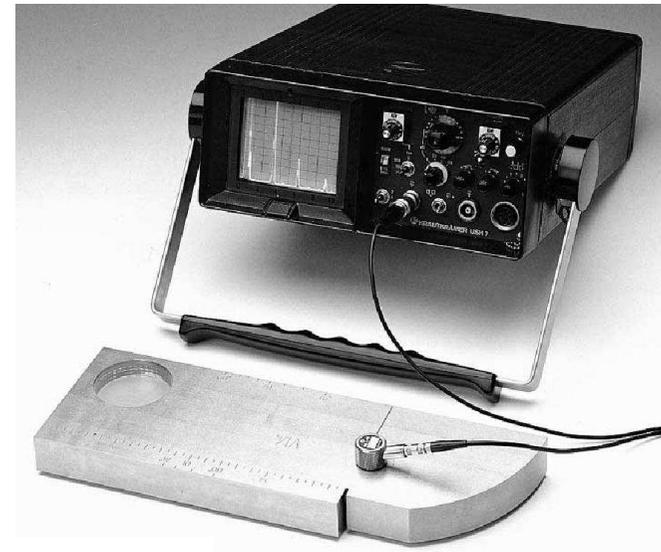


Fig.20 CND par ultrasons d'une pièce en acier

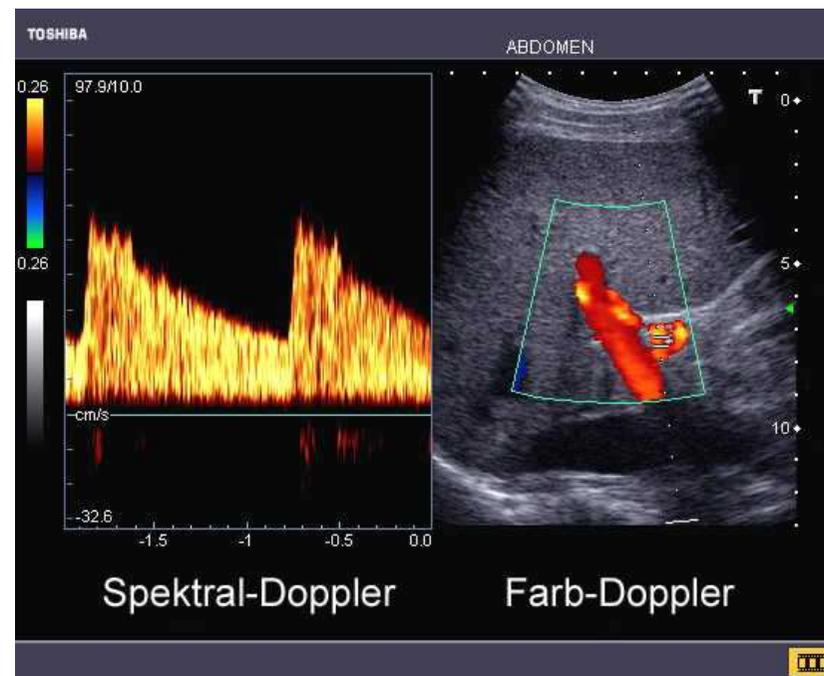
a : écho d'émission
 b : écho de défaut
 c : écho de fond

b- Energie

- soudage (des thermoplastiques)
- nettoyage (bac à ultrasons)
- traitement de certains cancers

c- Effet Doppler

- débitmétrie, vélocimétrie
- échodoppler (cartographie dynamique du système vasculaire)



d- Onde acoustique

- microscope (avec des lentilles acoustiques)

