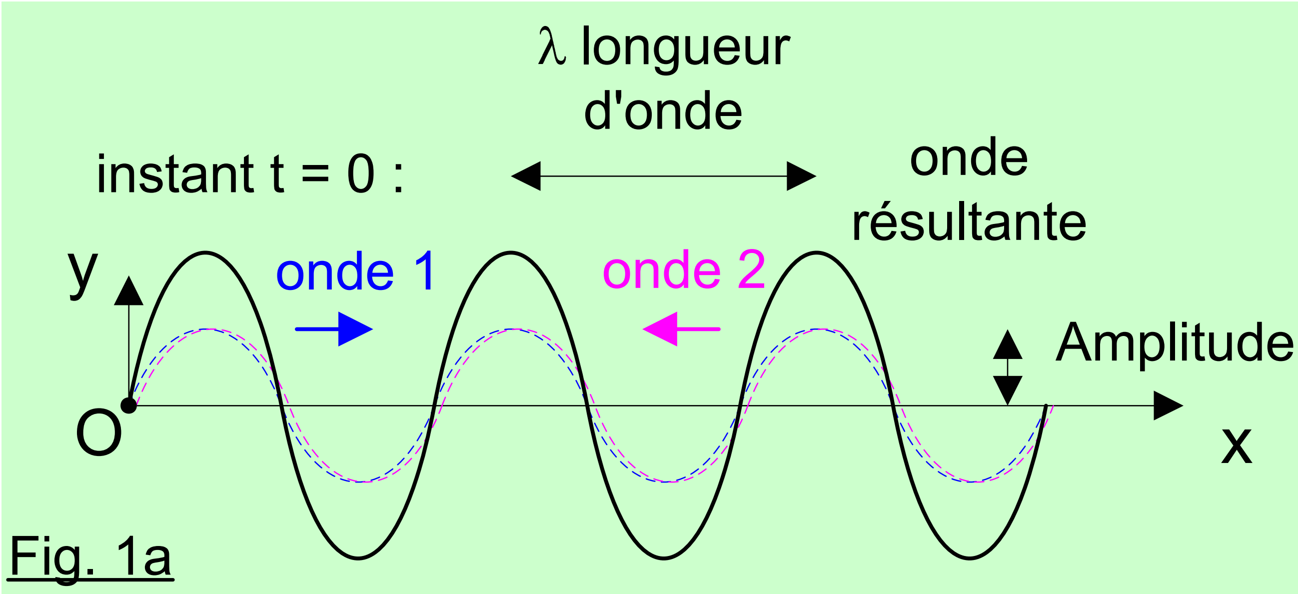
Ondes élastiques & Acoustique

http://pagesperso-orange.fr/fabrice.sincere

Chapitre 3
Ondes stationnaires

3-1- Introduction : interférence de deux ondes progressives sinusoïdales se propageant en sens inverse

• Ondes de même fréquence (même longueur d'onde) :



$$\text{Onde}\,1: \quad y_1(x,t) = A\sin[\omega t - kx]$$

$$\text{Onde}\,2: \quad y_2(x,t) = A\sin[\omega t + kx]$$

• Onde résultante : $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

instant t = T/4 :

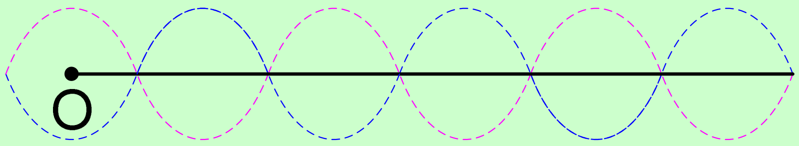


Fig. 1b

instant t = T/2 :

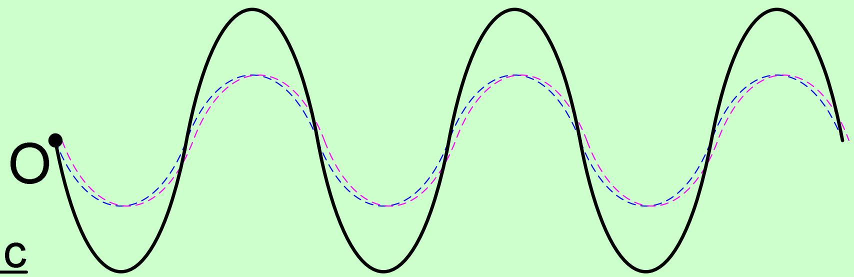


Fig. 1c

instant t = 3T/4 :

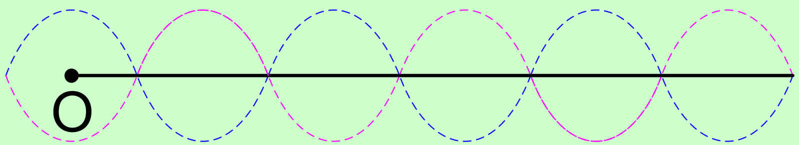


Fig. 1d

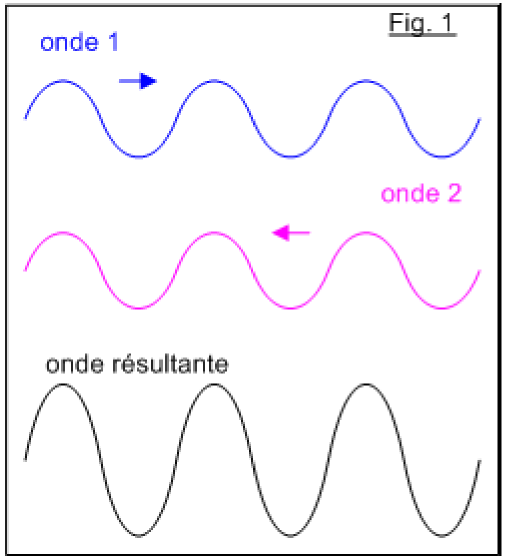


Fig. 1

L’onde résultante n’est plus une onde progressive.

On parle d’***onde stationnaire*** :

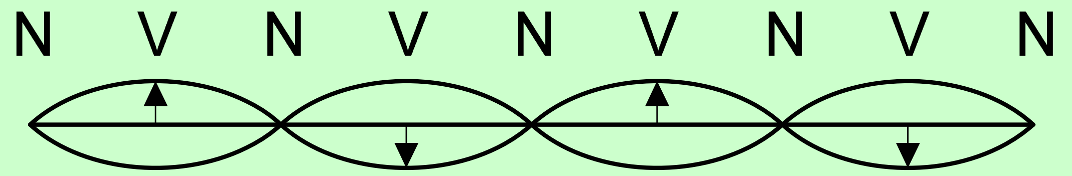
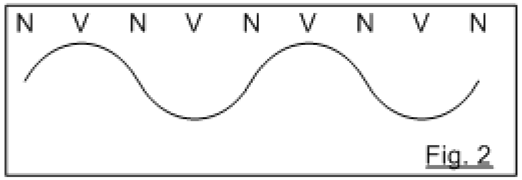


Fig. 2

V = ventre de vibration

N = noeud “



$$y(x,t) = A\sin[\omega t - kx] + A\sin[\omega t + kx]$$
$$= 2A\cos[kx]\sin[\omega t]$$

Rappel : $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

• L’amplitude dépend de la position x : $|2A\cos[kx]|$

avec : $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ (nombre d'onde en m^{-1})

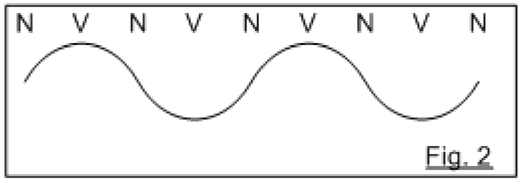


Fig. 2

- Amplitude maximale (interférence constructive) = Ventre :

  $|\cos[kx]| = 1$

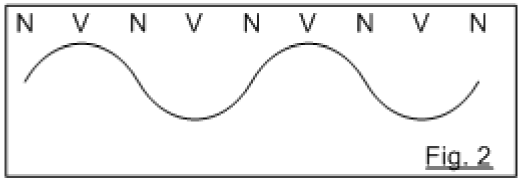
  $\Rightarrow$ distance entre deux ventres successifs : **$\lambda/2$**

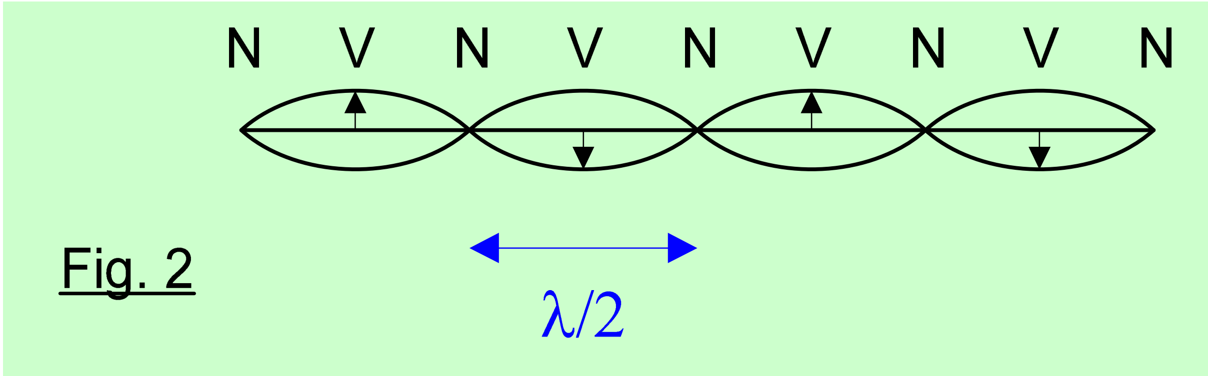
- Amplitude minimale (interférence destructive) = Noeud :

  $\cos[kx] = 0$

  $\Rightarrow$ il y a un noeud entre deux ventres successifs

• En résumé :





Onde stationnaire = interférence de deux ondes sinusoïdales de même fréquence, se propageant en sens inverse

Fonction d'onde : $y(x,t) = y_{max} \sin[kx + \varphi]\sin[\omega t + \varphi']$

Présence de nœuds et de ventres de vibration.

Distance entre un nœud et un ventre successifs : **$\lambda/4$**

3-2- Ondes stationnaires dans une corde tendue entre deux nœuds

• Expérience avec une corde de guitare

On pince la corde au milieu :

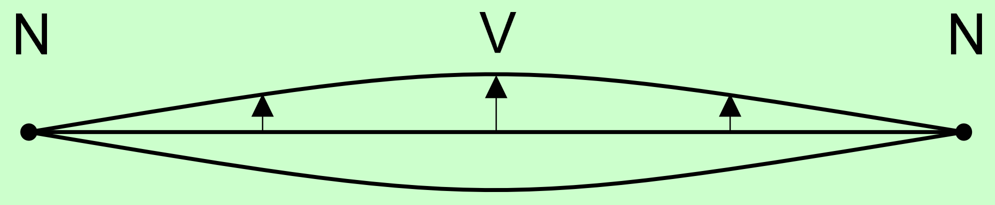


Fig. 3a

La corde se met à vibrer à une certaine fréquence f ($\Rightarrow$ son de fréquence f)

On place un chevalet au milieu :

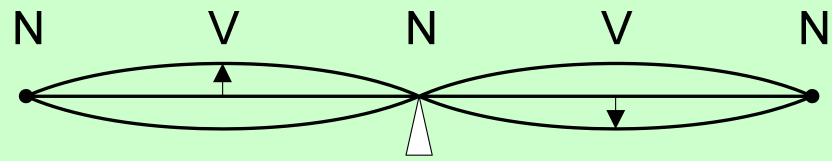


Fig. 3b

La corde vibre à la fréquence 2f (⇒ son plus aigu)

Chevalets au tiers :

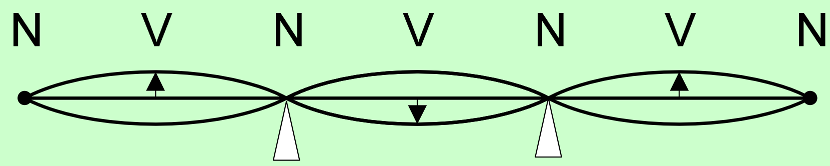


Fig. 3c

La corde vibre à la fréquence 3f.

Il y a donc une infinité de modes de vibrations “propres”.

• Explication

Par réflexion aux nœuds des extrémités, il y a interférence entre des ondes se propageant en sens inverse.

L'onde résultante est donc stationnaire $\Rightarrow$ N, V

- mode fondamental (ou 1er harmonique) : n = 1

Fréquence de vibration de la corde ?

λ **= c/f** (1)

distance entre deux noeuds successifs : λ**/2**

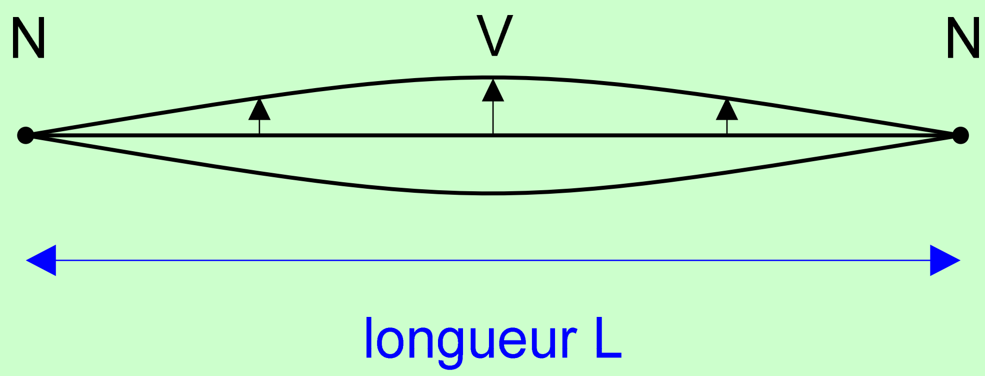


Fig. 3a

L = λ**/2** (2)

(1) (2) $$\boxed{f_1 = \frac{c}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

f_1 : fréquence en Hz

c : célérité des ondes en m/s

L : longueur utile de la corde en m

F : tension en newton

μ : masse linéaire en kg/m

• Remarque :

f_1 ↗ (son plus aigu) quand :

F ↗ ou L ↘ ou μ ↘

A.N. L = 65,5 cm μ = 0,4 g/m F = 75 N

f_1 = 330 Hz (mi$_3$)

• Harmonique de rang n

$n = 2$

$L = 2 \cdot \lambda/2 \qquad f_2 = 2f_1$

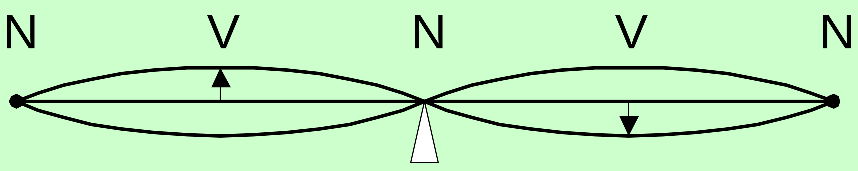


Fig. 3b

$n = 3$

$L = 3 \cdot \lambda/2 \qquad f_3 = 3f_1$

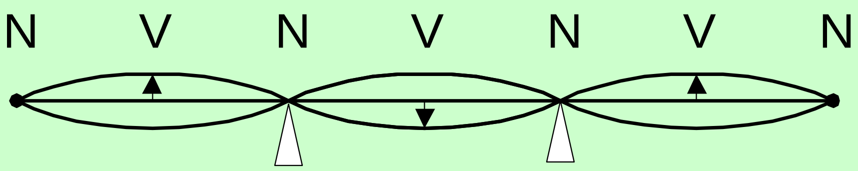


Fig. 3c

• Formule des cordes

$$\boxed{f_n = nf_1 = n\frac{c}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

f_n : fréquence “propre” du mode de vibration de rang n.

3-3- Phénomène de résonance mécanique

• résonance d'une corde

Un électroaimant impose la fréquence de vibration de la corde en acier (oscillation forcée) :

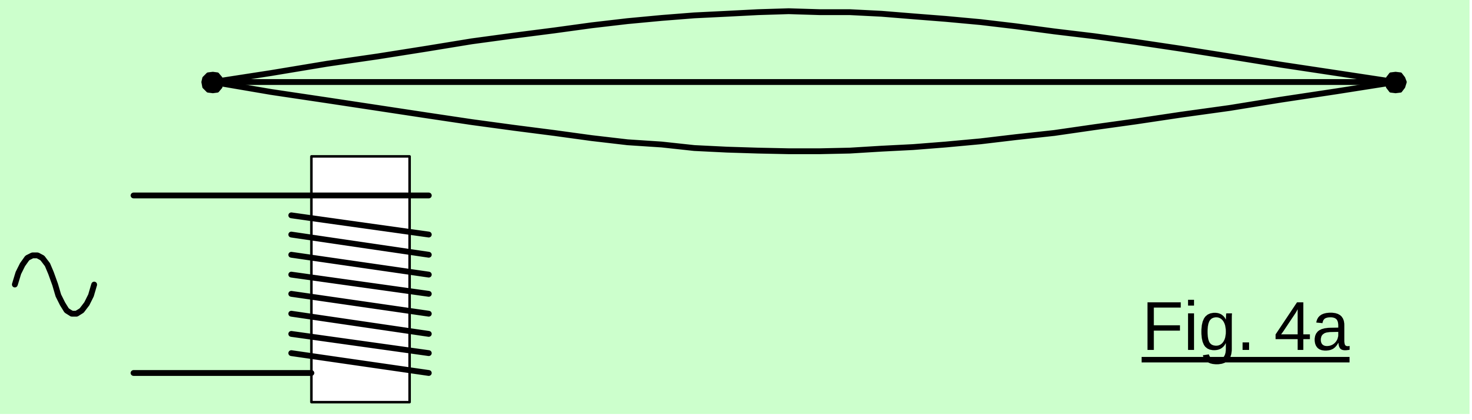


Fig. 4a

Pour certaines fréquences, la vibration de la corde est maximale (résonance).

$f = f_1$: 1ère fréquence de résonance (fig. 4a)

$f = f_2 = 2f_1$: 2ème “ “ “ :

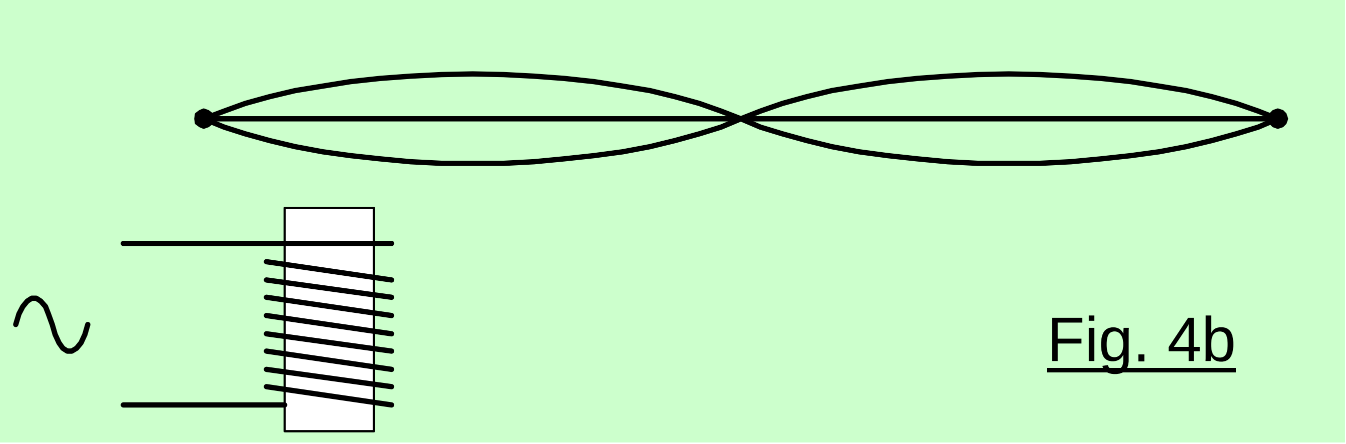
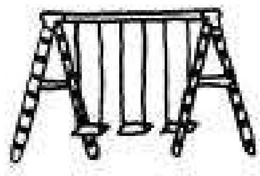


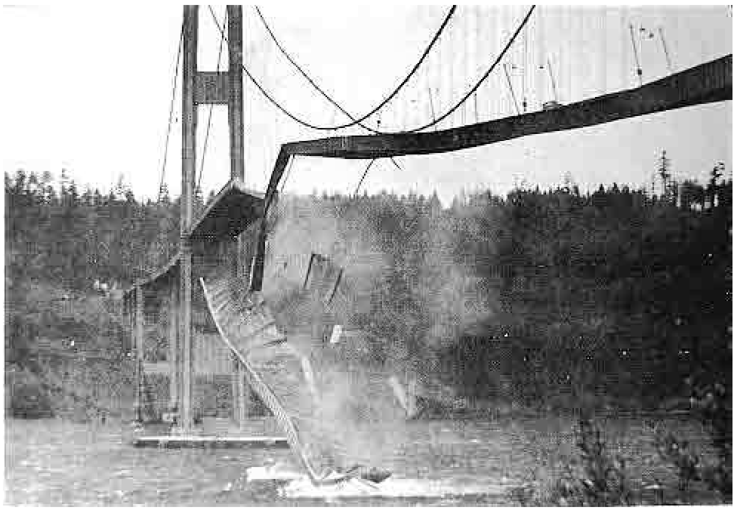
Fig. 4b

On constate que les fréquences de résonance (oscillation forcée) coïncident avec les fréquences de vibrations propres (oscillation libre).

• résonance d’une balançoire

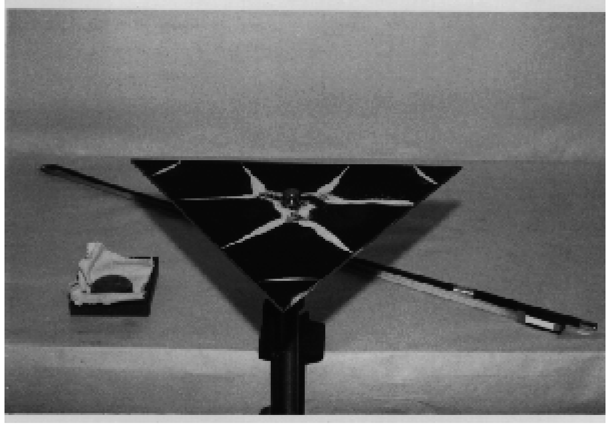


• résonance d’un pont (Tacoma 1940)



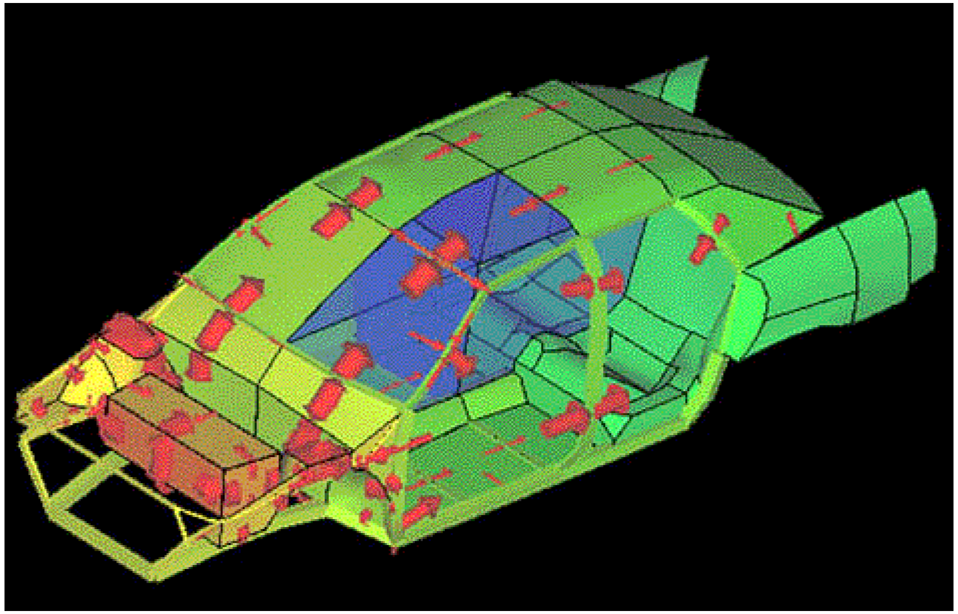
• étude expérimentale des vibrations

a) figures de Chaldni



b) holographie optique

c) logiciel de simulation



3-4- Ondes stationnaires dans les tuyaux « sonores »

3-4-1- Tuyau sonore fermé par une paroi rigide

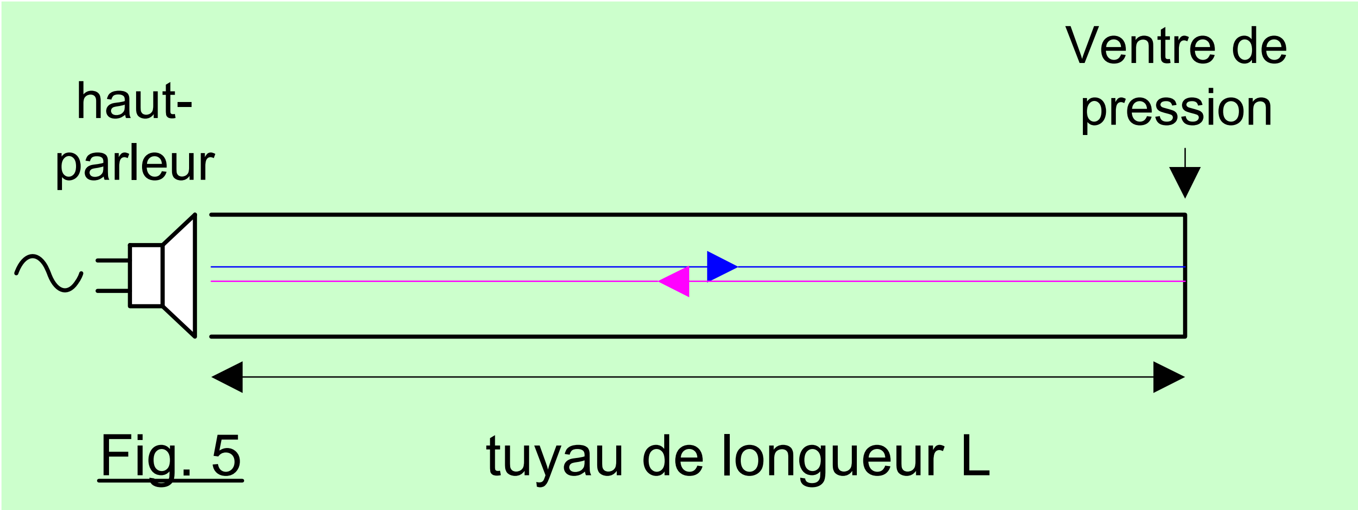


Fig. 5

Le haut-parleur émet un son de forme sinusoïdale.

Il y a interférence entre l’onde incidente et l’onde réfléchie sur la paroi $\Rightarrow$ onde sonore stationnaire.

Remarque : la paroi impose un ventre de pression acoustique

(niveau sonore maximum).

• Fermons le tuyau aux deux extrémités

Cherchons les fréquences propres (et donc de résonance) de ce tuyau.

Il y a un ventre de pression acoustique à chaque extrémité.

• mode fondamental (ou 1er harmonique) :

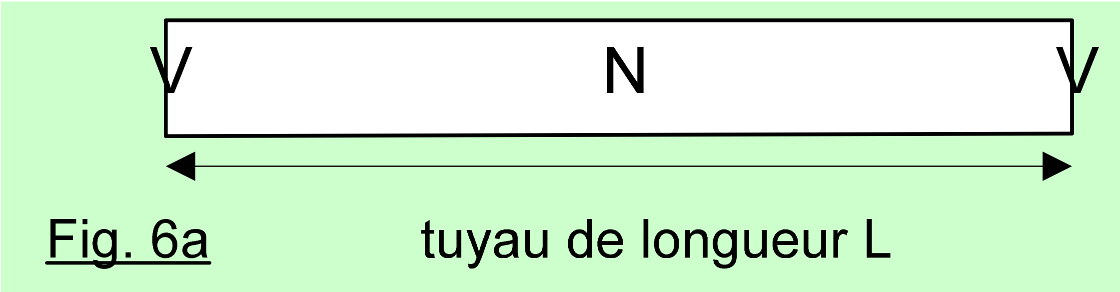


Fig. 6a

$L = \lambda/2$

$\lambda = c/f$

d'où : $\boxed{f_1 = \dfrac{c}{2L}}$

$c \approx 340$ m/s : vitesse du son dans l'air

A.N. $L = 38{,}6$ cm $f_1 = 440$ Hz (la_3)

• $2^{\text{ème}}$ harmonique :

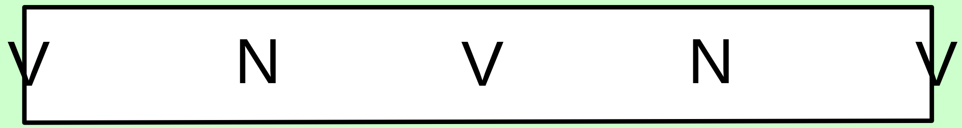


Fig. 6b

$L = 2 \cdot \lambda/2$

d'où : $f_2 = 2f_1$

• $3^{\text{ème}}$ harmonique :

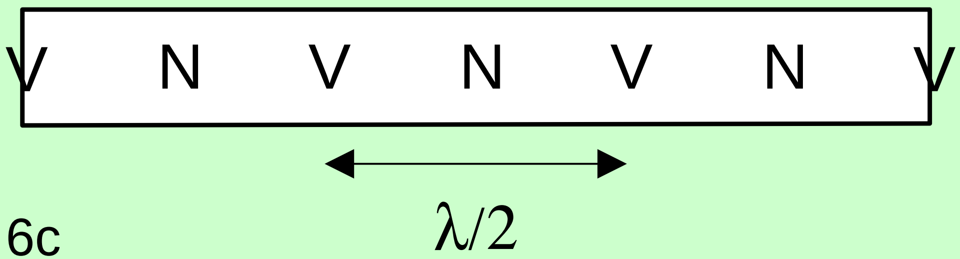


Fig. 6c

$f_3 = 3f_1$

• Formule générale : $$\boxed{f_n = nf_1 = n\frac{c}{2L}}$$

3-4-2- Tuyau sonore ayant une extrémité ouverte

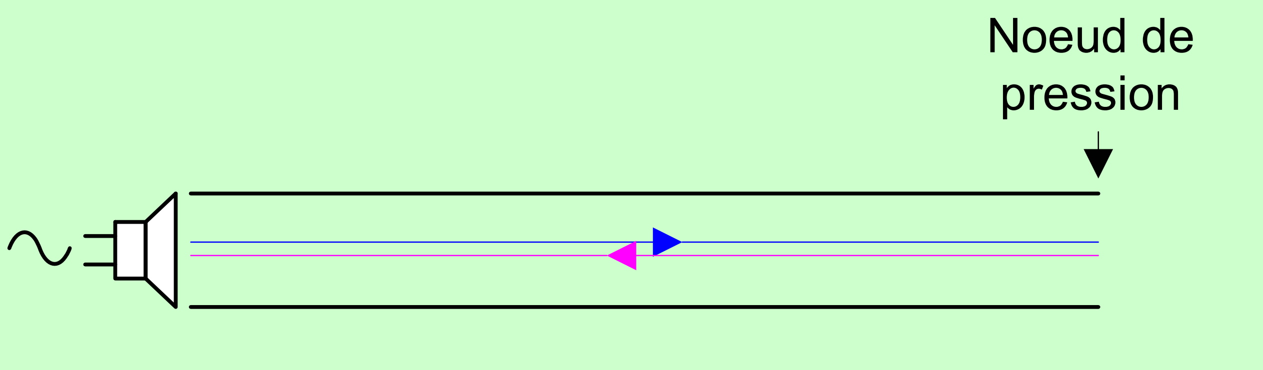


Fig. 7

L'extrémité ouverte impose un nœud de pression acoustique

(niveau sonore minimum)

⇒ réflexion totale du son (!)

⇒ interférence

⇒ onde stationnaire

• Considérons un tuyau « fermé-ouvert »

Fig. 8a tuyau de longueur L

• $1^{ère}$ résonance : mode fondamental

$L = \lambda/4$

$\lambda = c/f$

d'où : $\boxed{f_1 = \dfrac{c}{4L}}$

• $2^{ème}$ résonance :

Fig. 8b

$L = 3 \cdot \lambda/4$

d'où : $f = 3f_1$

C'est le $3^{ème}$ harmonique.

Il n 'y a pas d 'harmonique de rang pair.

• Formule générale : $\boxed{f_n = nf_1 = n\frac{c}{4L} \quad \text{avec n impair}}$

A.N. $L = 38{,}6$ cm

$f_1 = 220$ Hz (la_2), $f_3 = 660$ Hz, $f_5 = 1100$ Hz ...

• Tuyau ouvert-ouvert

Il suffit de reprendre le tuyau fermé-fermé en permutant noeud et ventre.

$$\boxed{f_n = n\frac{c}{2L} \quad \text{avec n entier}}$$