Module d'Electricité

$2^{\text{ème}}$ partie : Electrostatique

http://pagesperso-orange.fr/fabrice.sincere

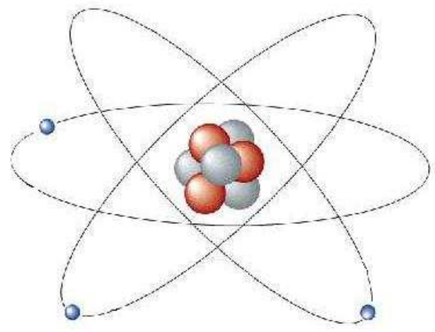
Introduction

• Principaux constituants de la matière :

- protons : charge électrique + e ≈ +1,6 10 $^{-19}$ coulomb

- neutrons : pas de charge (= neutre)

- électrons : - e



• Un atome a autant d'électrons que de protons : il est globalement *neutre.*

• Un corps *électrisé* (+ ou -) est un corps qui n'est pas neutre.

Conducteurs et isolants électriques

Un conducteur métallique possède des *électrons libres*.

- mouvement d'ensemble d'électrons *libres* = courant électrique
- l'*électrocinétique* est l'étude des courants électriques

Un isolant ne possède pas d'électron libre.

L'*électrostatique* est l'étude de l'électricité statique des corps électrisés (conducteur ou isolant).

Electrisation d’un corps

• Excès d’électrons (-): corps électrisé négativement

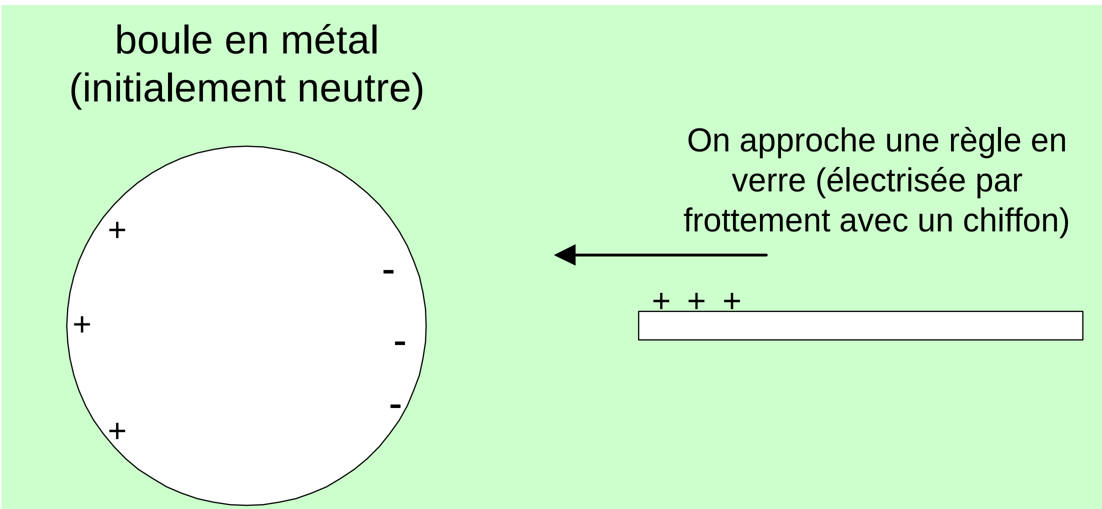
• Carence en électrons (+) : ‘ ‘ positivement

- électrisation des isolants : par frottement

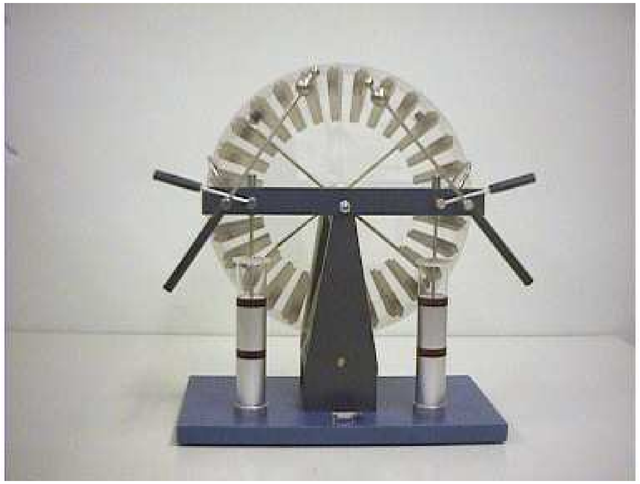
  Les charges sont immobiles (= statiques)

- électrisation des conducteurs : par influence

  Les charges se déplacent jusqu’à atteindre un état d’équilibre (fig. 1) :



• Application : Machine de Whimshurst (100 kV)



Décharge électrostatique

Un courant apparaît quand un corps électrisé se décharge dans un autre.

Remarque : courant très intense (mais très bref)

tension très élevée >> kV

spectaculaire : foudre >> MV

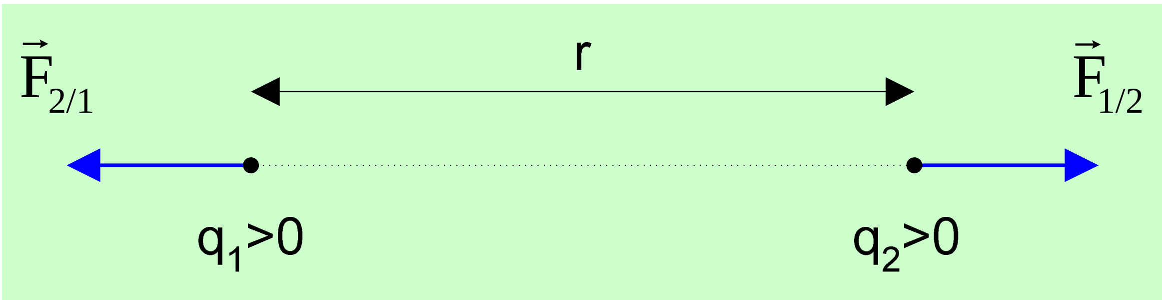
Exemple : décharge électrostatique d'un corps humain :

- 10 A
- 10 kV
- < 1 µs

Chapitre 1 Champ électrostatique

<u>Force électrostatique</u>

• Soit deux corps ponctuels de charges q_1 et q_2 (fig. 2) :



• Sens

- charges de même signe : répulsion

- signe opposé : attraction

• Intensité : Loi de Coulomb

$$\boxed{F = F_{1/2} = F_{2/1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \approx 9\cdot 10^{9}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}}$$

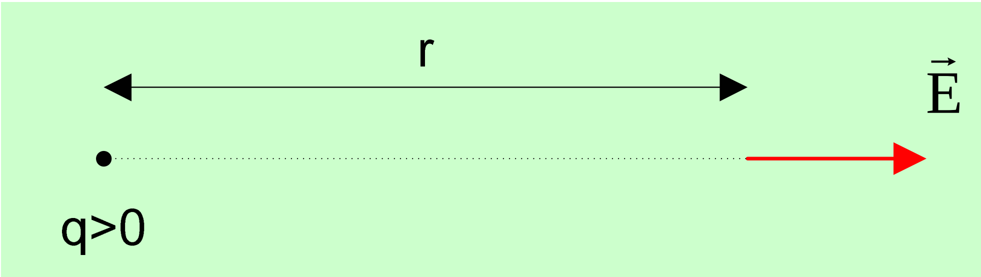
$\varepsilon_0 \approx 8{,}85\cdot 10^{-12}$ F/m : permittivité diélectrique du vide

r : distance (m)

F en newton (N)

Champ électrostatique **E**

Un corps ponctuel de charge q crée un champ électrostatique radial (fig.3) :



q < 0 : sens du champ inversé

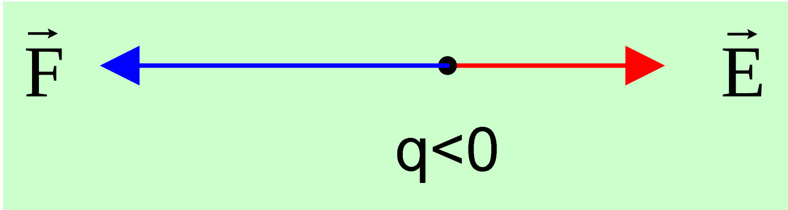
Intensité (en V/m) :

$$\boxed{E \approx 9 \cdot 10^{9} \frac{|q|}{r^{2}}}$$

Relation entre **E** et **F**

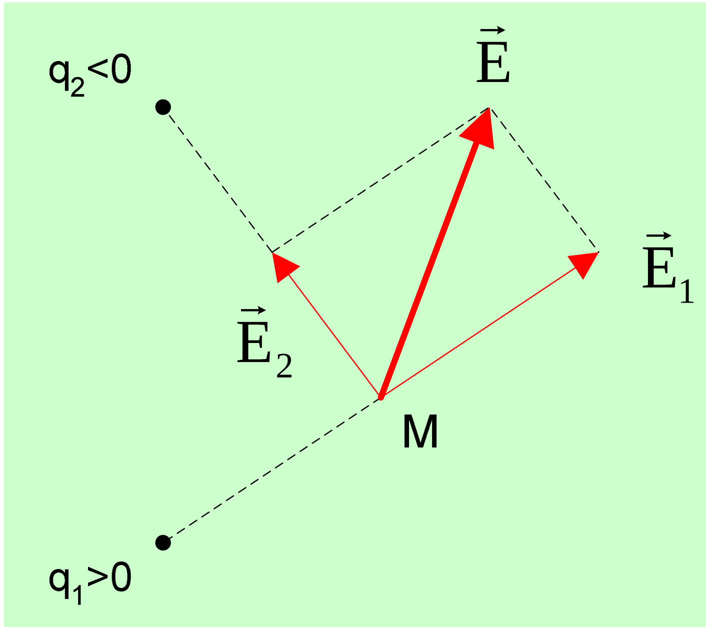
Un corps chargé soumis à un champ électrostatique est l'objet d'une force électrostatique (fig. 4) :

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$



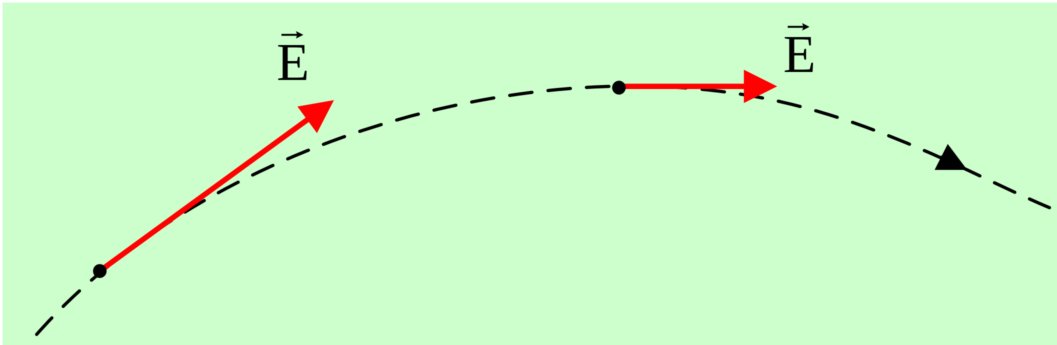
Champ électrostatique crée par un ensemble de charges (fig.5)

$$\boxed{\vec{E}(M) = \sum_i \vec{E}_i(M)}$$



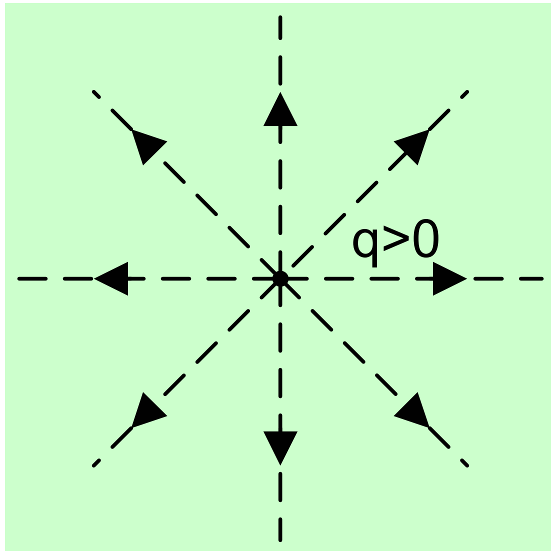
Lignes de champ

Une ligne de champ est tangente en tous points au champ (fig. 6) :



L'ensemble des lignes de champ forme le *spectre*.

Exemple : spectre d'une charge ponctuelle (fig. 7) :

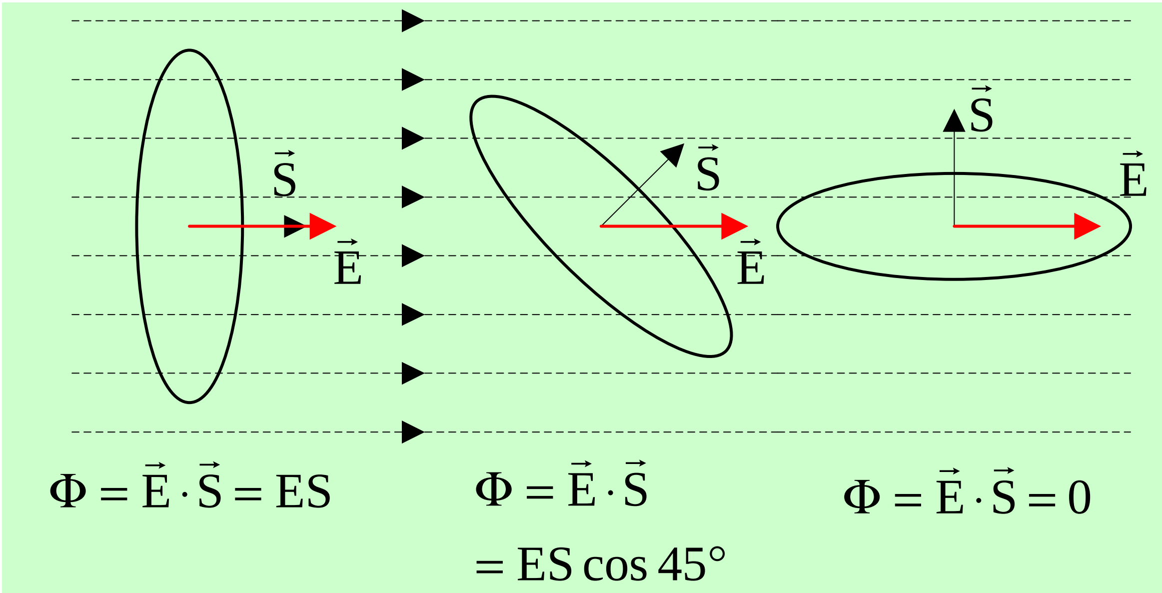


Chapitre 2 Théorème de Gauss

Flux d'un champ à travers une surface

Cas particulier (fig. 8) :

- champ uniforme (lignes de champ parallèles)
- surface plane

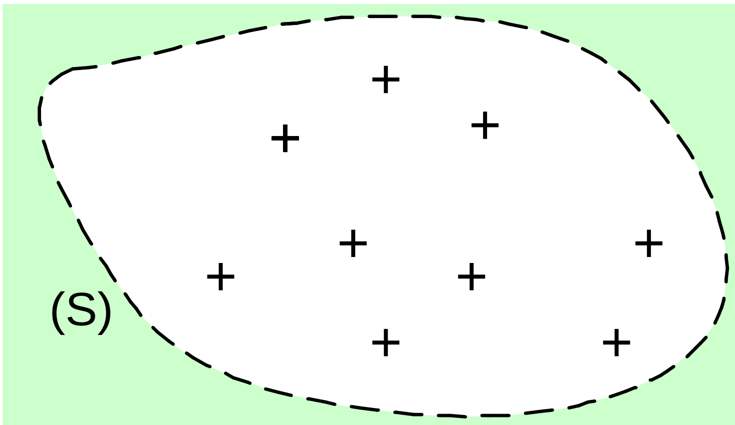


Remarques : $\Phi = ES$ quand **E** $\perp$ surface

$\Phi = 0$ quand **E** // surface

<u>Théorème de Gauss</u>

Soit une surface *fermée* (S) contenant une charge électrique totale q_{int} (fig. 9) :



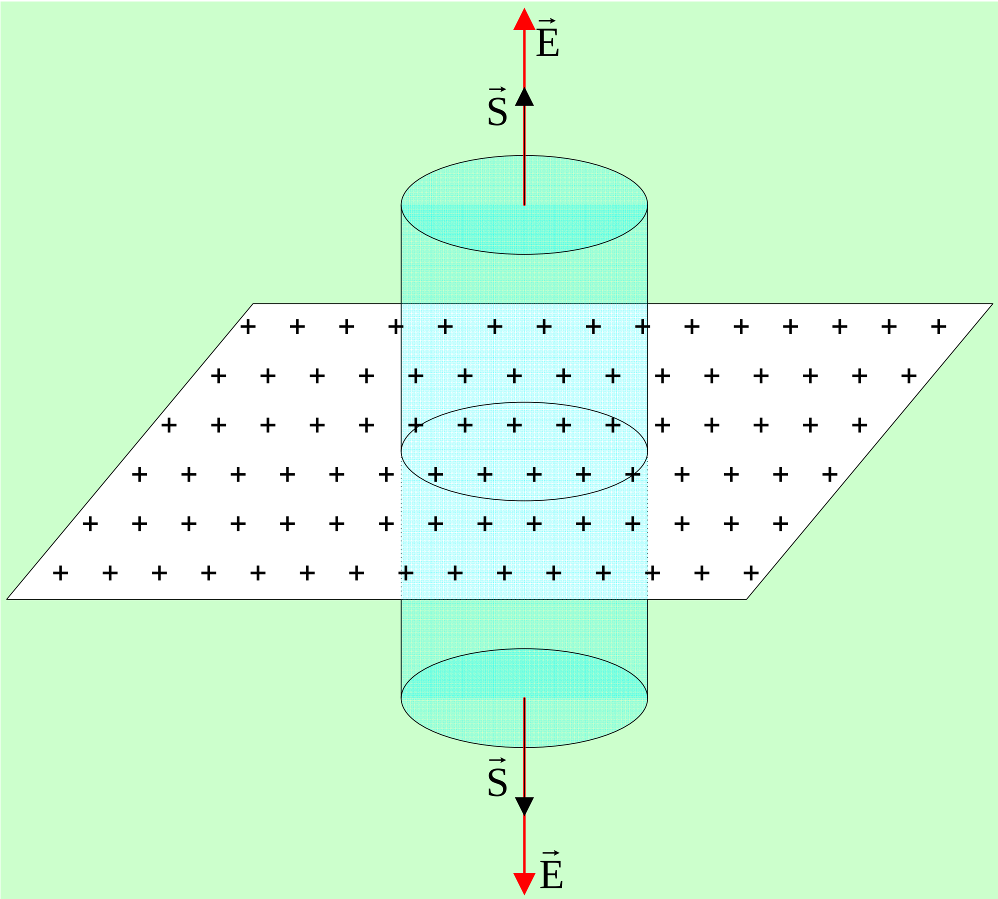
$$\boldsymbol{\Phi = q_{int} / \varepsilon_0}$$

Application : champ crée par un plan uniformément chargé (fig. 10)

Densité surfacique de charge : σ (C/m²)

Champ $\perp$ plan

On choisit une surface cylindrique fermée de section S :



$q_{int} = \sigma S$

$\Phi = ES + ES + 0 = 2ES$

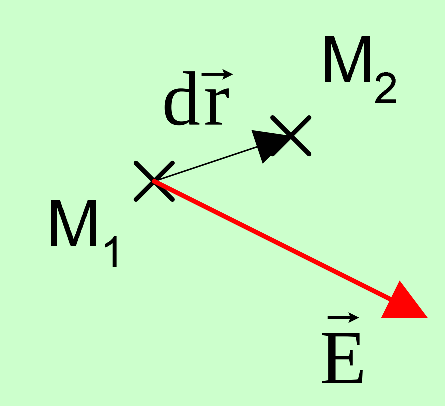
$\Phi = q_{int} / \varepsilon_0$

$$\boxed{E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}}$$

Chapitre 3 Potentiel électrique

A tout point M de l'espace, on peut associer un potentiel électrique V(M).

<u>Relation entre champ **E** et différence de potentiel électrique</u> (fig. 11)



$$\boxed{dV = V_2 - V_1 = -\vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

Remarques :

dans un circuit électrique : d.d.p. = tension

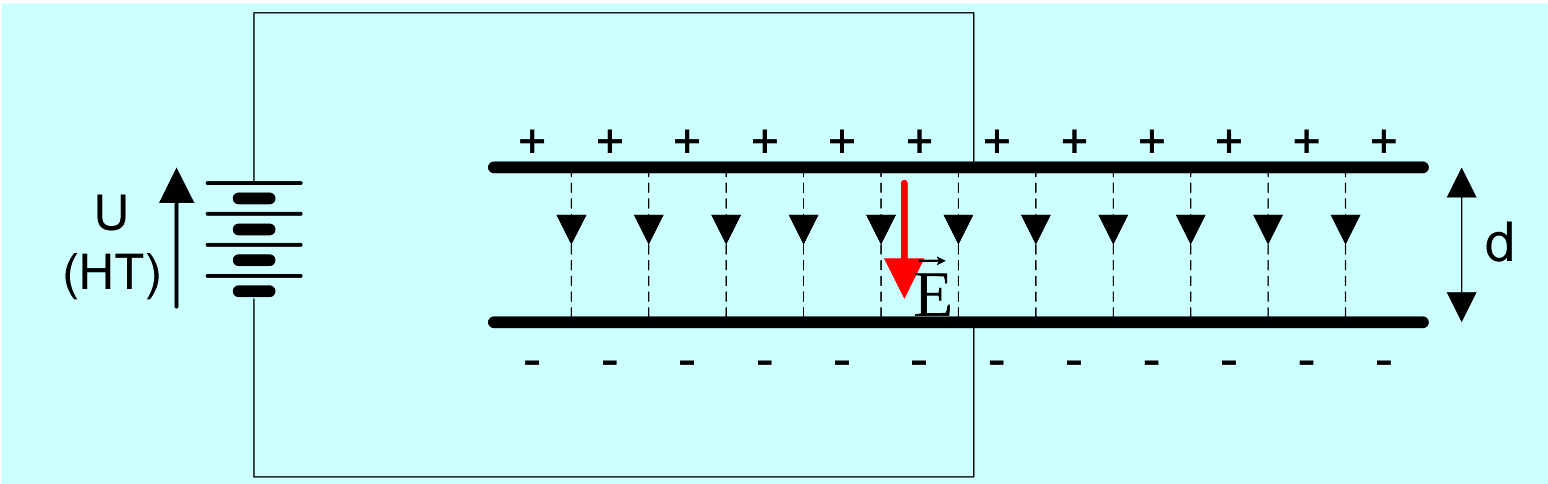
E est dirigé dans le sens des potentiels décroissants

E $\perp$ surface équipotentielle (V=cte)

E = 0 dans un volume équipotentiel

Cas particulier : champ uniforme

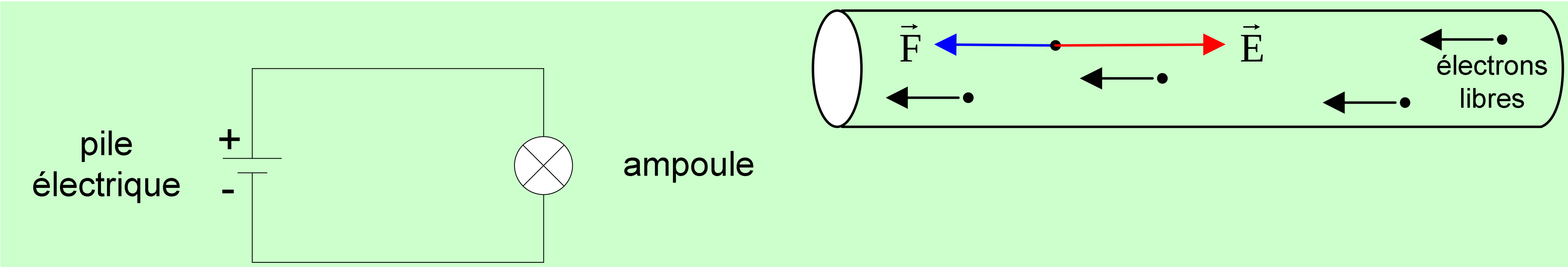
Considérons deux plaques métalliques parallèles, soumises à une tension U (fig. 12) :



$$\boxed{E = U/d}$$

Application : accélération du faisceau d'électrons d'un téléviseur à tube cathodique (25 kV)

Origine du courant électrique (fig. 13)



fem (tension)

$\Rightarrow$ champ électrique

$\Rightarrow$ force électrostatique

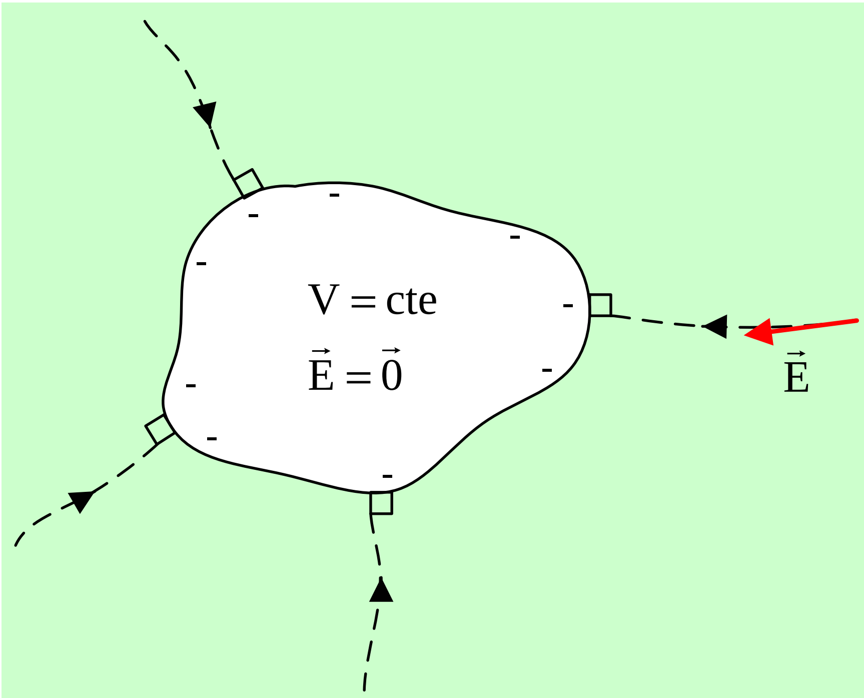
$\Rightarrow$ mise en mouvement des électrons libres

$\Rightarrow$ courant électrique

Chapitre 4

Conducteur en équilibre électrostatique

Soit un conducteur plein chargé négativement (fig. 14) :



Charges uniquement en surface.

Champ nul à l'intérieur (application : cage de Faraday).

Conducteur équipotentiel (V=cte).

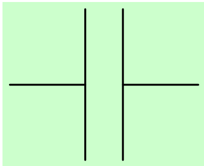
A l'extérieur :

lignes de champ $\perp$ surface

Chapitre 5 Le condensateur

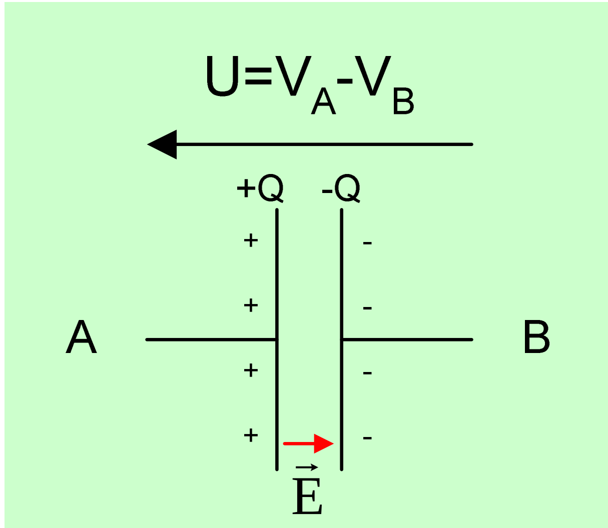
Un condensateur est constitué de deux conducteurs (= armatures) séparés par un isolant (= diélectrique).

Symbole :



Appliquons une tension U

aux bornes d'un condensateur (fig. 15) :



$U \Rightarrow$ champ $\mathbf{E} \Rightarrow$ charges électriques sur les armatures

$Q = Q_A = - Q_B$: *charge* du condensateur

Capacité électrique (en farad) : $\boxed{\mathbf{C = Q/U}}$

Capacité d'un condensateur plan

$$\boxed{\mathbf{C = \varepsilon_0\, \varepsilon_r\, S/d}}$$

ε_r : permittivité diélectrique relative

$\approx$ 1 pour l'air sec

jusqu'à 10 000 pour les céramiques

S : aire de chaque armature (m^2)

d : épaisseur du diélectrique (m)

Champ disruptif (ou rigidité diélectrique)

Au delà d'une certaine intensité (E_d), un isolant devient conducteur.

Exemples :

- Condensateur : U > tension de "claquage"

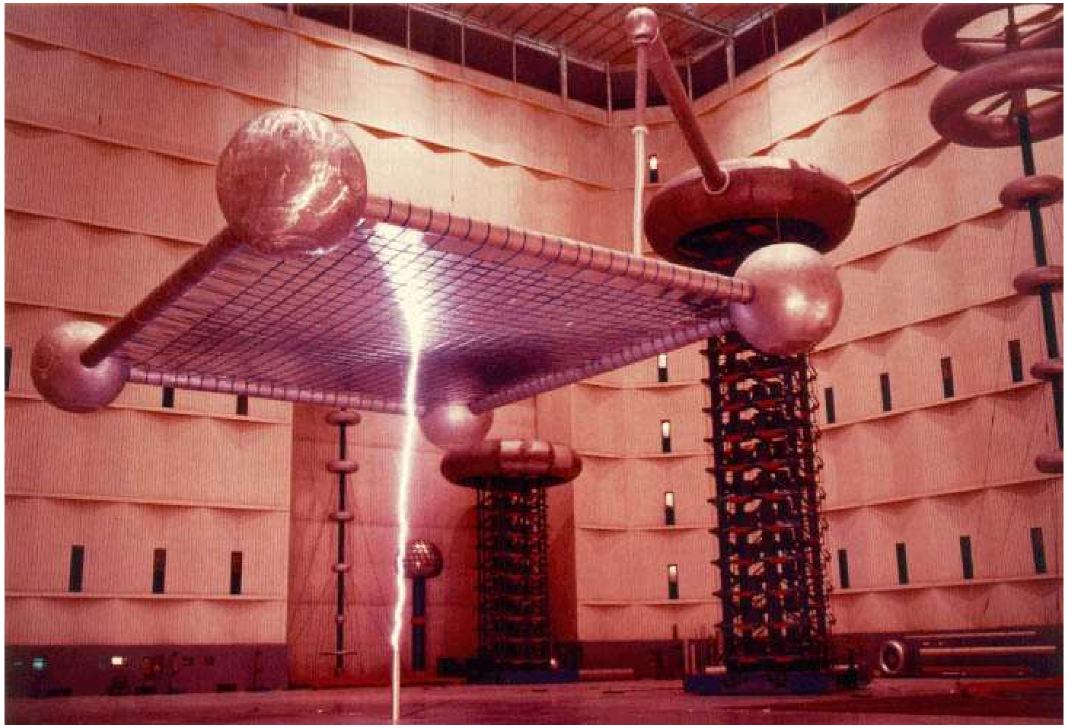
  $\Rightarrow$ destruction du diélectrique

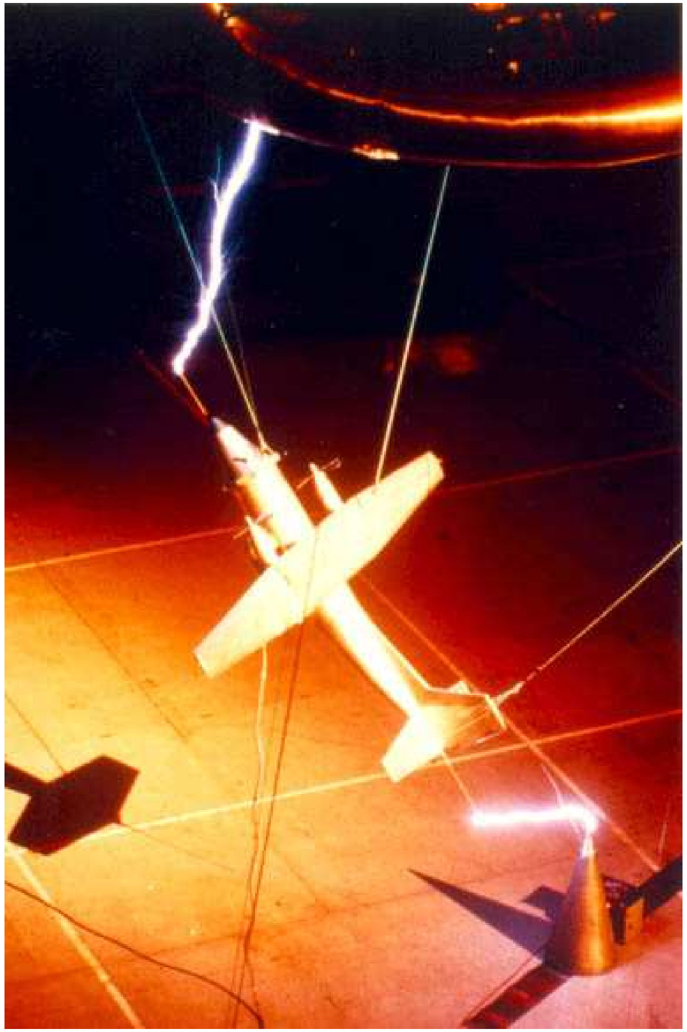
- Air : $E_d \approx 3 \cdot 10^6$ V/m

  d = 1 mm : U >> kV $\Rightarrow$ décharge électrostatique

  (bougies d'automobile, briquet piézo-électrique …)

d >> m : U >> MV : foudre





Chapitre 6 Compléments sur le condensateur

Association de condensateurs

- *en parallèle*

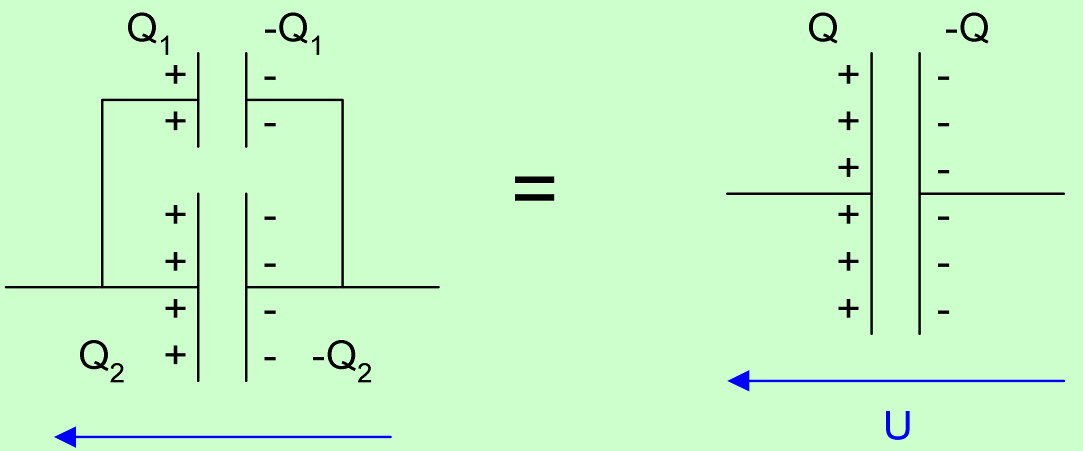


Fig. 16

$Q_1 = C_1 U$

$Q_2 = C_2 U$

$Q = C_{éq} U$

Conservation de la charge : $Q = Q_1 + Q_2$

Donc : $C_{éq} = C_1 + C_2$

En parallèle, les capacités s'additionnent : $\boxed{C_{éq} = \sum_i C_i}$

◆ *association en série*

$$\boxed{\frac{1}{C_{éq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$

<u>Energie emmagasinée par un condensateur</u>

Un condensateur contient de l'énergie sous forme électromagnétique :

$$\boxed{W = \frac{1}{2} C U^2}$$

avec :

W : énergie en joule (J)
C : capacité (F)
U : tension aux bornes (V)

Relation entre courant et tension dans un condensateur

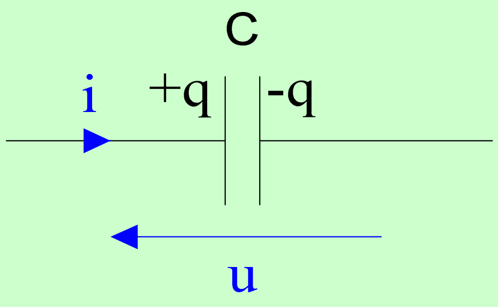


Fig. 17

Rappel :

L'intensité du courant électrique i (en A) est définie par :

$$i = +\frac{dq}{dt}$$

$q = +Cu$

d'où : $\boxed{i = +C\frac{du}{dt}}$ (en convention récepteur)

Charge et décharge d'un condensateur

♦ *Charge d'un condensateur à travers une résistance*

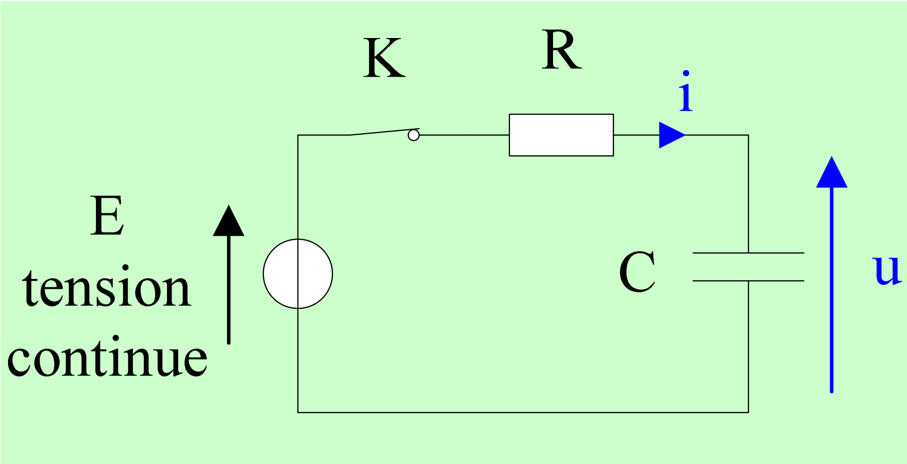


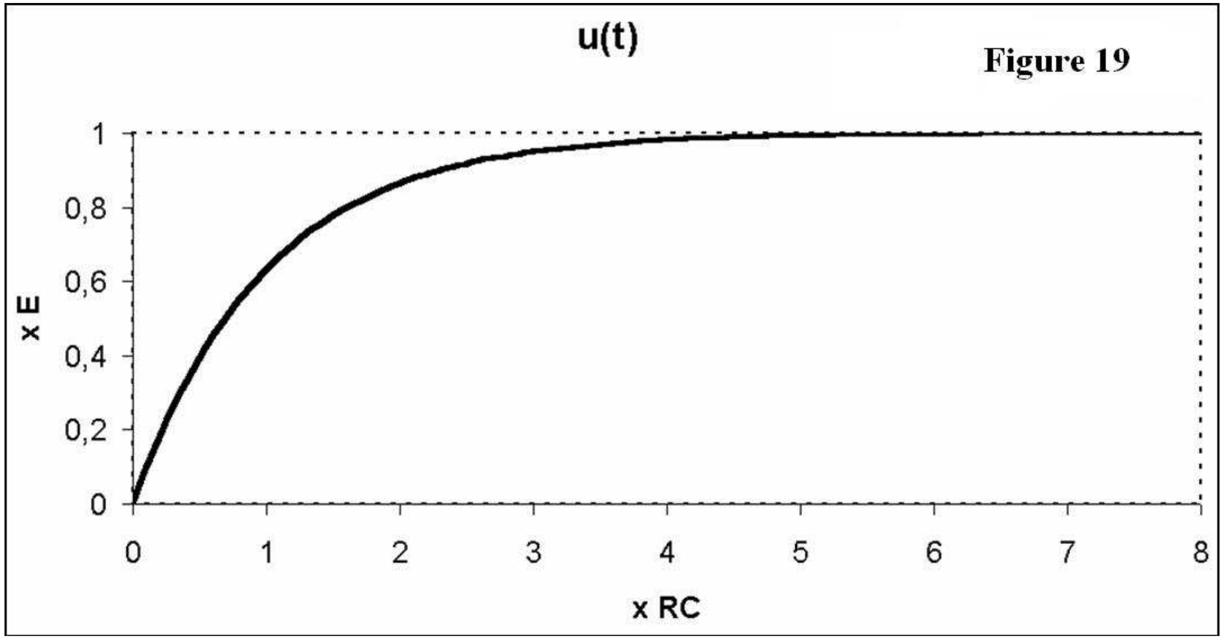
Fig. 18

Loi des branches : $E = Ri + u$

On obtient une équation différentielle : $\boxed{u + RC\frac{du}{dt} = E}$

Supposons le condensateur initialement déchargé (u = 0 V).
On ferme K à l'instant t = 0.

Solution : $\boxed{u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$



τ = RC est la constante de temps du circuit.
Remarque : après une durée de 3τ, le condensateur est chargé à 95 %

◆ *Décharge d'un condensateur à travers une résistance*

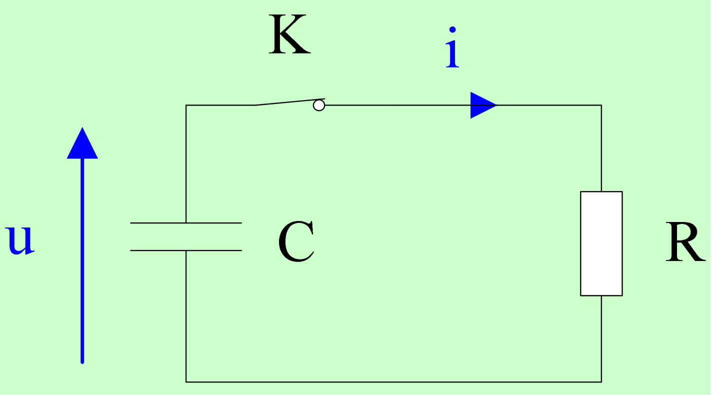


Fig. 20

Loi d'Ohm : $u = +Ri$

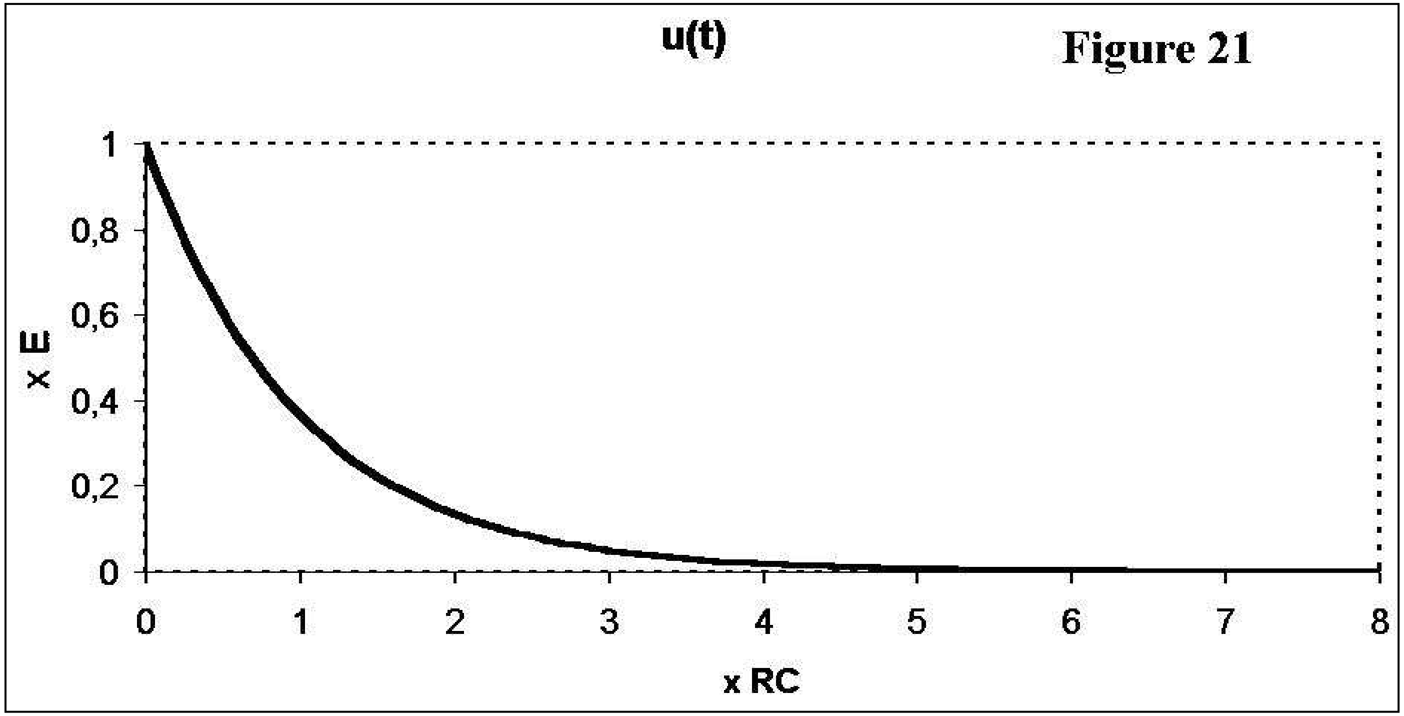
$$i = -C\frac{du}{dt}$$

$$\text{d'où :}\quad u + RC\frac{du}{dt} = 0$$

Supposons le condensateur initialement chargé (u = E).

On ferme K à t = 0.

Solution : $u(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$



- *Charge à courant constant*

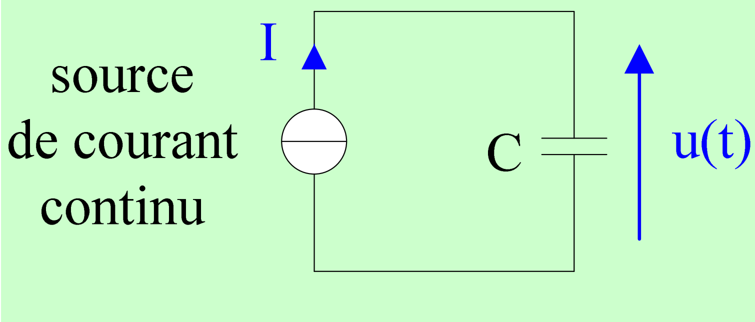


Fig. 22

$$I = +C\frac{du}{dt}$$

La charge est linéaire (tension en forme de rampe) :

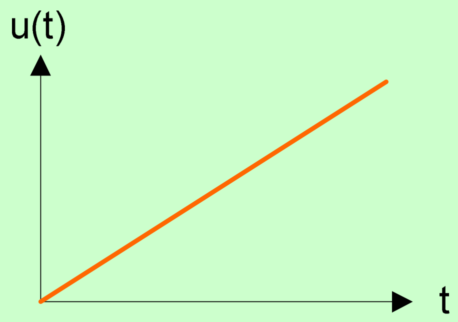


Fig. 23

$$\text{pente :} \quad \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{I}{C}$$

Condensateur en régime sinusoïdal

Alimentons un condensateur avec une tension sinusoïdale alternative de pulsation ω.

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$

$$= C\frac{d}{dt}\hat{U}\sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$= C\hat{U}\omega\cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$= C\hat{U}\omega\sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$$

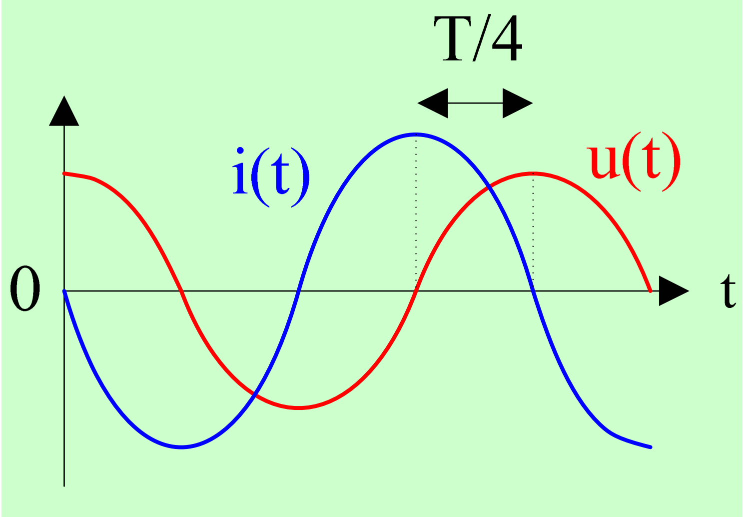


Fig. 24

Déphasage : $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i = -90°$

Impédance : $Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{1}{C\omega}$