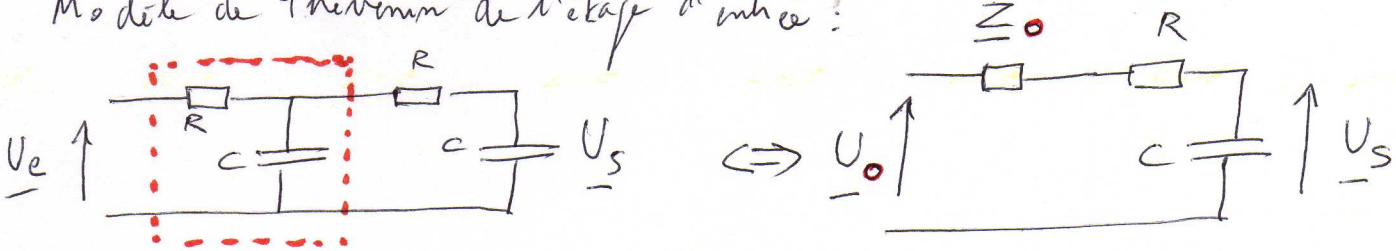
Modèle de Thévenin de l'étage d'entrée :



avec : $\begin{cases} \underline{U_0} = \dfrac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}} \cdot \underline{U_e} \\ \underline{Z_0} = \underline{Z_R} \,//\, \underline{Z_C} = \dfrac{\underline{Z_R}\,\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}} \end{cases}$

Diviseur de tension :

$$\frac{\underline{U_s}}{\underline{U_0}} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_0} + \underline{Z_R} + \underline{Z_C}} \Rightarrow \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}} \cdot \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_0} + \underline{Z_R} + \underline{Z_C}}$$

$$\frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{\underline{Z_C}^2}{(\underline{Z_R} + \underline{Z_C})\left(\dfrac{\underline{Z_R}\,\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}} + \underline{Z_R} + \underline{Z_C}\right)} = \frac{\underline{Z_C}^2}{\underline{Z_R}\,\underline{Z_C} + (\underline{Z_R} + \underline{Z_C})^2}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_C}} + \left(\dfrac{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}}{\underline{Z_C}}\right)^2} = \frac{1}{jRC\omega + (jRC\omega + 1)^2}$$

$$= \frac{1}{jRC\omega - R^2C^2\omega^2 + 1 + 2jRC\omega}$$

$$= \boxed{\frac{1}{1 + 3jRC\omega - R^2C^2\omega^2}}$$

$$= \frac{T_0}{1 + 2jm\dfrac{\omega}{\omega_0} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

avec : $\boxed{m = \frac{3}{2}}$ $\boxed{T_0 = 1}$ $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$

Fréquence de coupure à $-3\,dB$

$$\left|\frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}\right| = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\left|1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 3j\frac{\omega}{\omega_0}\right|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(3\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 2$$

Posons $x = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$

$$(1-x)^2 + 9x = 2$$

$$1 + x^2 - 2x + 9x - 2 = 0$$

$$x^2 + 7x - 1 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4\times(-1) = 53$$

Une solution positive :

$$x = \frac{-7+\sqrt{53}}{2}$$

$$\omega_c = \omega_0\sqrt{x}$$

$$\boxed{f_c = \frac{1}{2\pi RC}\sqrt{\frac{-7+\sqrt{53}}{2}}}$$