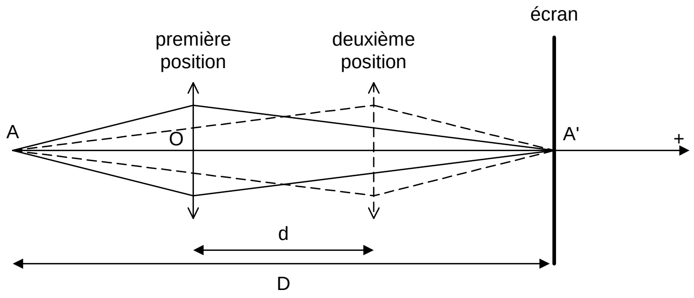
Optique

Exercice G4-14 : méthode de Bessel

On dispose d'une lentille convergente dont on cherche à mesurer la distance focale f '.
On utilise la méthode de Bessel qui consiste à partir d'un objet A (réel) et d'un écran distant de D, à trouver les deux positions de la lentille qui donnent une image A' (réelle) dans le plan de l'écran :



1. On note : $p = \overline{OA}$ et $p' = \overline{OA'}$

1.1. Rappeler la relation entre p', p et f '.
1.2. Quelle est la relation entre D, p' et p ?
1.3. A partir des deux relations précédentes, montrer que : $p'^2 - p'D + Df' = 0$
1.4. A quelle condition a-t-on deux solutions distinctes ?
1.5. On note p'_1 et p'_2 ces deux solutions.
Donner leurs expressions mathématiques.
1.6. On note d la distance entre les deux positions de la lentille permettant d'obtenir l'image sur l'écran.

Montrer que : $\boxed{f' = \dfrac{D^2 - d^2}{4D}}$

2. Applications numériques

2.1. On mesure D = 1000 mm et d = 500 mm.
En déduire la distance focale et la vergence de cette lentille.
2.2. On accole à la lentille précédente une lentille divergente de distance focale inconnue.
Avec la méthode de Bessel, pour D = 1000 mm, on trouve d = 200 mm.
En déduire la distance focale de l'association puis la distance focale de la lentille divergente.

Eléments de correction

1.1. Relation de conjugaison : $\dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{f'}$

1.2. $D = p' - p$

1.3. $\dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p' - D} = \dfrac{1}{f'}$ d'où : $p'^2 - p'D + Df' = 0$

1.4. Il faut que le discriminant soit positif :
$\Delta = D^2 - 4Df' > 0$
d'où : $D > 4f'$

1.5. $p'_1 = \dfrac{D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2}$ $p'_2 = \dfrac{D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2}$

1.6. $d = p'_1 - p'_2 = \sqrt{D^2 - 4Df'}$ d'où : $\boxed{f' = \dfrac{D^2 - d^2}{4D}}$

2.1. f ' = + 187,5 mm
1 / f ' = + 5,33 δ

2.2. Distance focale de l'association : + 240 mm ou +4,17 δ
Théorème des vergences : 4,17 – 5 ,33 = -1,17 δ ou - 857 mm