

D'après concours ATS Mathématiques 2022

Partie C – Calcul approchée d'une intégrale

Pour cette partie on étudie l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{\arctan(t)}{t} dt$
dont on cherche à donner une approximation.

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit $s_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2}$

Question 6. Écrire une fonction nommée `s`, en Scilab ou bien en pseudo-code, qui prend en entrée un entier naturel non nul n et renvoie le nombre s_n .

Question 7. Écrire une fonction nommée `trouve_N`, en Scilab ou bien en pseudo-code, qui prend en entrée un réel strictement positif ε et renvoie le plus petit entier N tel que $\frac{1}{(2N+1)^2} \leq \varepsilon$.

Question 8. En utilisant les fonctions `s` et `trouve_N`, écrire en Scilab ou bien en pseudo-code les instructions calculant et affichant une valeur approchée de l'intégrale I à 10^{-10} près.

On se servira du résultat de la question 4 : $|s_n - I| \leq \frac{1}{(2n+1)^2}$