D'après concours ATS Sciences Physiques 2020

Traitement informatique d'une expérience de thermique

Il s'agit d'une expérience avec une tige en fonte refroidie à $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ dans un bain d'eau glacée. A l'instant $t = 0$, on sort la tige du bain, et on étudie l'évolution de sa température au contact de l'air ambiant à $30\text{ }^{\circ}\text{C}$.

En théorie, la température T (en $^{\circ}\text{C}$) suit alors l'expression : $T(t) = 30(1 - e^{-kt})$

Expérimentalement, en plaçant un capteur de température au centre de la tige, on obtient N valeurs $T_{i,\text{exp}}$ de températures aux instants $t_{i,\text{exp}}$.

Un traitement informatique permet alors d'obtenir deux tableaux accessibles sur un programme Scilab :

- `tab_temps` qui recense les instants $t_{i,\text{exp}}$ des mesures.
- `tab_T` qui contient les valeurs $T_{i,\text{exp}}$ des températures mesurées.

On cherche maintenant à déterminer la valeur de k telle que $T(t) = 30(1 - e^{-kt})$ puisse effectivement correspondre aux points expérimentaux à l'aide de Scilab en s'inspirant de la méthode des moindres carrés.

21) Écrire une fonction `Temp(t, k)` prenant en arguments d'entrée un tableau `t` de nombre décimaux et un nombre décimal `k` et renvoyant un tableau, noté `tab_Ttheo`, contenant les valeurs vérifiant $T_{i,\text{theo}}(t) = 30(1 - e^{-kt_i})$ pour tous les éléments t_i du tableau `tab_temps`.

Pour la question suivante, on pourra utiliser `sum(tableau)` qui renvoie la somme de tous les éléments d'un tableau.

22) Écrire une fonction `erreur(k)` prenant pour argument un nombre décimal `k` et renvoyant la quantité $e = \sum_{i=1}^N (T_{i,\text{exp}} - T_{i,\text{theo}})^2$ donnant la somme du carré des écarts entre les températures expérimentales $T_{i,\text{exp}}$ et les températures $T_{i,\text{theo}}$ vérifiant la loi recherchée.

Dans la suite, on cherche à déterminer précisément la valeur du paramètre k qui permet de minimiser e .

Dans notre cas, on estime manuellement que $(10^{-4} \leq k \leq 10^{-2})\text{s}^{-1}$.

23) Proposer un algorithme utilisant une boucle `for` et permettant d'obtenir un tableau, noté `tab_e`, contenant les valeurs de e calculées pour 100 valeurs de k comprises dans l'intervalle 10^{-4}s^{-1} et 10^{-2}s^{-1} .

On pourra utiliser `linspace(x1, x2, n)` qui renvoie un tableau de n éléments régulièrement espacés entre `x1` et `x2`.